

А.В. Воронин, И.В. Волошин

**Стохастическая дискретная динамическая модель ликвидности банка**

Разработан алгоритм оценки программы привлечения депозитов для случайного гауссовского процесса. Получены уравнения для нестационарного коэффициента усиления фильтра Калмана. Приведены численные результаты, демонстрирующие устойчивую работу реализованного алгоритма фильтрации.

**Ключевые слова:** программа привлечения, депозиты, сроки возврата, интегральное уравнение Вольтерра, дискретная динамическая модель, случайность, фильтр Калмана

Розроблено алгоритм оцінки програми залучення депозитів для випадкового гауссівського процесу. Отримано рівняння для нестационарного коефіцієнта посилення фільтра Калмана. Подані чисельні результати демонструють стійку роботу реалізованого алгоритму фільтрації.

**Ключові слова:** програма залучення, депозити, терміни повернення, інтегральне рівняння Вольтерра, дискретна динамічна модель, випадковість, фільтр Калмана

**Введение.** Для успешного управления депозитной деятельностью банка важно понимать, как следует изменять программу привлечения депозитов, если временная структура депозитов внезапно изменилась. Работы [1–3, 6] посвящены аналитическим расчетам программ привлечения в условиях, когда временная структура депозитов описывается непрерывными функциями. В работе [4] предложена методология расчета программы привлечения депозитов при условии, что временная структура депозитов есть дискретной, что сделало ее более близкой к задачам, возникающим в практике каждого банка. Однако реальные процессы привлечения депозитов возмущаются случайными процессами. Поэтому перед банком стоит задача определить программы привлечения депозитов в условиях стохастичности.

Цель статьи – разработать алгоритм оценки программы привлечения депозитов в условиях стохастичности.

**Разработка модели**

В работе [4] предполагалось, что распределение сроков возврата депозитов подчиняется дискретному распределению Эрланга, а денежные средства на корсчета банка принимают заданное целевое постоянное значение  $A(t) = \text{const}$ . Запишем детерминированную модель ликвидности, представленную в этой работе в таком виде:

$$G_1(i) = G^*(i) + \sum_{k=0}^{i-1} G_1(k) \cdot G_2(i-k-1), \quad (1)$$

где

$$G^*(i) = G_0 \cdot \sum_{l=0}^m C_l^i \cdot \left( \frac{1-b_1}{b_1} \right)^l \cdot (1-b_1) \cdot b_1^i,$$

$$G_2(i-k-1) = C_m^{i-k-1} \cdot \left( \frac{1-b_2}{b_2} \right)^m \cdot (1-b_2) \cdot b_2^{i-k-1}.$$

$C_l^i$  – факториальный многочлен порядка  $l$ ,  $i$  – дискретное время,  $b_1$  и  $b_2$  – параметры распределения Эрланга в моменты времени  $i=0$  и  $i>0$ ,  $G_1(i)$  – программа привлечения депозитов. При этом  $0 < b_1, b_2 < 1$ .

Ослабим условие постоянного корсчета банка, положив:

$$g(i, 0) = G_1(i) + \Delta A(i)$$

или

$$\Delta A(i) = A(i) - A(i-1).$$

Пусть корсчет возмущается неким случайным процессом:

$$A(i) = A(i-1, 0) + \xi(i).$$

Пусть случайная величина есть гауссовой и характеризуется нулевым средним  $E(\xi(i)) = 0$  и дисперсией  $E(\xi^2(i)) = \sigma^2 \xi$ .

Тогда (1) преобразуется к виду:

$$G_1(i) = G^*(i) + \xi(i) + \sum_{k=0}^{i-1} G_1(k) \cdot G_2(i-k-1), \quad (2)$$

где  $G^*(i)$  – заданный детерминированный входной сигнал,  $\xi(i)$  – случайное воздействие или шум объекта (депозитного портфеля банка).

При выводе уравнения (2) поставлена задача определить такую программу привлечения депозитов, чтобы остатки на корсчете оставались постоянными с точностью до случайного возмущения.

Предполагается, что непосредственному измерению или наблюдению доступна величина:

$$y(i) = G_1(i) + \eta(i), \quad (3)$$

где  $\eta(i)$  – шум измерений с нулевым средним  $E(\eta_i) = 0$  и заданной дисперсией  $E(\eta^2(i)) = \sigma_\eta^2$ .

Для простоты допустим, что шумы объекта и измерителя некоррелированы, т.е.  $E((\xi(i)) \times \eta(i)) = 0$ .

Наличие случайных воздействий  $\xi(i)$  и  $\eta(i)$  делают актуальной постановку задачи оценивания или прогнозирования величины  $\bar{G}_1(i)$  в условиях неполной информации (стохастичности) о состоянии исследуемого объекта.

Данную проблему можно решить с помощью традиционной процедуры Калмановской фильтрации [5]. При этом необходимо базовые уравнения (2) и (3) привести к стандартному представлению в пространстве состояний. Учитывая, что (2) является разностным уравнением Вольтера типа *свертка*, то формальное применение  $Z$ -преобразования дает следующее выражение:

$$G_1(z) = G^*(z) + \xi(z) + \frac{(1-b_2)^{m+1}}{(z-b_2)^{m+1}} \cdot G_1(z) \quad (4)$$

или

$$\begin{aligned} & \left( (z-b_2)^{m+1} - (1-b_2)^{m+1} \right) \cdot G_1(z) = \\ & = (z-b_2)^{m+1} \cdot (G^*(z) + \xi(z)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=0}^m C_k^{m+1} \cdot z^{m+1-k} \cdot (-b_2)^k + (-b_2)^{m+1} - (1-b_2)^{m+1} \right) \times \\ & \times G_1(z) = \left( \sum_{k=0}^{m+1} C_k^{m+1} \cdot (-b_2)^k \cdot z^{m+1-k} \right) \cdot (G^*(z) + \xi(z)). \end{aligned}$$

Положим, что  $Z$ -оператор играет роль оператора сдвига, тогда возвращаясь в дискретное время  $n = i$ , будем иметь:

$$\begin{aligned} & G_1(n+m+1) - a_1 \cdot G_1(n+m) - \dots \\ & \dots - a_k \cdot G_1(n+m+1-k) - \dots \\ & \dots - a_m \cdot G_1(n+1) - a_{m+1} \cdot G_1(n) = \\ & = \sum_{e=0}^{m+1} C_e^{m+1} (-b_2)^e \times \\ & \times (G^*(n+m+1-e) + \xi(n+m+1-e)), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{где } a_k = (-1)^{k+1} \cdot b_2^k \cdot C_k^{m+1}, \quad k = \overline{1, m}, \quad a_{m+1} = (1-b_2)^{m+1} - (-b_2)^{m+1}.$$

Выражение (5) есть ни что иное, как разностное уравнение  $(m+1)$ -го порядка с начальными условиями:

$$G_1(k) = G_0 + \xi(k), \quad k = \overline{0, m}. \quad (6)$$

Обозначим  $x_1(n) = G_1(n)$ ,  $x_2(n) = G_1(n+1)$ , ...,  $x_{m+1}(n) = G_1(n+m)$ .

Тогда  $x_l(n+1) = x_{l+1}(n)$ ,  $l = \overline{1, m}$ ,

$$\left. \begin{aligned} & x_{m+1}(n+1) = a_1 \cdot x_{m+1}(n) + \dots + a_k \cdot x_{m+2-k}(n) + \dots \\ & \dots + a_m \cdot x_2(n) + a_{m+1} \cdot x_1(n) + u(n) + w(n), \\ & u(n) = \sum_{l=0}^{m+1} C_l^{m+1} \cdot (-b_2)^l \cdot G^*(n+m+1-l) = \\ & = G_0 \cdot \sum_{l=0}^{m+1} C_l^{m+1} \cdot (-b_2)^l \times \\ & \times \sum_{i=0}^m C_i^{n+m+1-l} \cdot \left( \frac{1-b_1}{b_1} \right)^i \cdot b_1^{n+m+1-l}, \\ & w(n) = \sum_{l=0}^{m+1} C_l^{m+1} \cdot (-b_2)^l \cdot \xi(n+m+1-l). \end{aligned} \right\} (7)$$

Систему (7) легко переписать в векторно-матричной форме, дополнив ее уравнением (3):

$$x(n+1) = A \cdot x(n) + B \cdot u(n) + D \cdot w(n), \quad (8)$$

$$y(n) = C \cdot x(n) + \eta(n),$$

$$\text{где } x(n) = \begin{pmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \\ \dots \\ x_{m+1}(n) \end{pmatrix} - m+1\text{-мерный вектор со-}$$

стояния,  $y(n)$  – одномерный измеритель:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_{m+1} & a_m & a_{m-1} & \dots & a_1 \end{pmatrix} -$$

квадратная матрица  $(m+1 \times m+1)$  динамики;

$$B = D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} - m+1 \text{ матрица-столбец при}$$

детерминированном и случайном воздействиях соответственно;

$C = (1 \ 0 \ \dots \ 0) - m+1$  матрица-строка;

При этом  $w(n)$  имеет дисперсию:

$$\sigma_w^2 = \sum_{l=0}^{m+1} (C_l^{m+1} \cdot b_2^l)^2 \cdot \sigma_\xi^2.$$

Начальные условия задачи:

$$x(0) = \begin{pmatrix} \xi_0 + G_0 \\ \xi_1 + G_0 \\ \dots \\ \xi_m + G_0 \end{pmatrix}$$

с ковариационной матрицей размерности  $m+1$  на  $m+1$ :

$$P(0) = E \left[ (x(0) - G_0) \cdot (x(0) - G_0)^T \right] =$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma_\xi^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\xi^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_\xi^2 \end{pmatrix},$$

где  $T$  – символ транспонирования матриц.

Схема фильтра Калмана реализована в форме «предиктор–корректор»:

$$\hat{x}(n+1) = \underbrace{A \cdot \hat{x}(n) + B \cdot u(n)}_{\text{Предиктор}} + \underbrace{K(n) \cdot [y(n) - C \cdot \hat{x}(n)]}_{\text{Корректор}} \quad (9)$$

$$\hat{x}(0) = x(0).$$

Коэффициент усиления фильтра  $K(n)$  вычисляется независимо от нахождения оценок  $\hat{x}(0)$  по следующему алгоритму:

$$K(n) = A \cdot P(n) \cdot C^T \cdot [C \cdot P(n) \cdot C^T + R]^{-1},$$

$$P(n+1) = A \cdot P(n) \cdot A^T + Q -$$

$$- K(n) \cdot [C \cdot P(n) \cdot C^T + R] \cdot K^T(n), \quad (10)$$

$$P(0) = P_0.$$

Здесь  $R = \sigma_\eta^2$ ,  $Q = \sigma_w^2 \cdot D \cdot D^T$ ,

$P(n) = E \cdot \left( (x - \hat{x}) \cdot (x - \hat{x})^T \right)$  – ковариационная матрица ошибок оценивания с размером  $(m+1 \times m+1)$ ;  $K(n)$  – вектор размерности  $m+1$ .

Конструкция  $\frac{C \cdot P(n) \cdot C^T + R}{1 \times m+1 \quad m+1 \times m+1 \quad m \times m+1 \quad 1 \times 1}$  – является числом.

Параметры задачи есть:  $m, b_1, b_2, G_0, \sigma_\xi^2, \sigma_\eta^2$ . Для расчета начальных условий следует помнить последовательность случайных возмущений  $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_m$ .

Рассмотрим два примера иллюстрирующих разработанный подход.

**Пример 1.** Случай  $m = 1$ .

В данном примере разностное уравнение (5) принимает вид:

$$G_1(n+2) - 2b_2 \cdot G_1(n+1) + (2b_2 - 1) \cdot G_1(n) =$$

$$= G^*(n+2) - 2b_2 \cdot G^*(n+1) + b_2^2 \cdot G^*(n) +$$

$$+ \xi_{n+2} - 2b_2 \cdot \xi_{n+1} + b_2^2 \cdot \xi_n,$$

где  $G^*(n) = G_0 \cdot \left( b_1^n + \frac{1-b_1}{b_1} \cdot n \cdot b_1^n \right)$ .  $w(n) = \xi_{n+2} - 2b_2 \cdot \xi_{n+1} + b_2^2 \cdot \xi_n$  – шум реального процесса со средним и дисперсией соответственно:

$$E(w(n)) = 0 \text{ и } E(w^2(n)) = (1 + 4b_2^2 + b_2^4) \cdot \sigma_\xi^2 = \sigma_w^2,$$

Уравнение для  $u(n)$  в системе уравнений (7) примет вид:

$$u(n) = G^*(n+2) - 2b_2 \cdot G^*(n+1) + b_2^2 \cdot G^*(n) = G_0 \times$$

$$\times (b_1 - b_2) \cdot b_1^n \cdot \left\{ (b_1 - b_2) \cdot \left( 1 + \frac{1-b_1}{b_1} \cdot n + 2(1-b_1) \right) \right\}.$$

В итоге получим:

$$u(n) = G_0 \cdot (b_1 - b_2) \cdot b_1^n \times \\ \times \left[ 2 - b_1 - b_2 + \frac{(b_1 - b_2) \cdot (1 - b_1)}{b_1} \cdot n \right].$$

Система (7) примет вид:

$$x(n+1) = A \cdot x(n) + B \cdot u(n) + D \cdot w(n), \\ y(n) = C \cdot x(n) + \eta(n),$$

$$x_1(n) = G_1(n), x_2(n) = G_1(n+1), x(n) = \begin{pmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{pmatrix},$$

где

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 - 2b_2 & 2b_2 \end{pmatrix}, B_{2 \times 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C_{1 \times 2} = (1 \quad 0),$$

$$D_{2 \times 1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, x(0) = \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{pmatrix}, x_1(0) = \xi_0 + G_0,$$

$$x_2(0) = \xi_1 + G_0, P_0 = \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\xi^2 \end{pmatrix},$$

$$Q = D \cdot D^T \cdot \sigma_w^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_w^2 \end{pmatrix}, R = \sigma_\eta^2.$$

Далее следует реализовать (9, 10) с начальными условиями будут  $\xi_0, \xi_1$ . Отметим, что авторов интересует не весь вектор  $\hat{x}(n)$ , а только  $\hat{x}_1(n) = \hat{G}_1(n)$ .

**Пример 2.** Скалярный случай  $m = 0$ .

Программа привлечения депозитов для скалярного случая имеет вид:

$$G_1(n+1) - G_1(n) = \\ = G^*(n+1) - b_2 \cdot G^*(n) + \xi_{n+1} - b_2 \cdot \xi_n,$$

при  $G^*(n) = G_0 \cdot b_1^n$ .

Положим  $G_1(n) = x(n)$ . Тогда имеем уравнение, описывающее реальный процесс привлечения депозитов:

$$x(n+1) = x(n) + u(n) + w(n),$$

где

$$u(n) = G^*(n+1) - b_2 \cdot G^*(n) = G_0 \cdot (b_1 - b_2) \cdot b_1^n,$$

$w(n) = \xi_{n+1} - b_2 \cdot \xi_n$  – гауссовский шум реального процесса с такими статистическими характе-

ристиками:  $E(w(n)) = 0$ ,  $E(w^2(n)) = (1 + b_2^2) \times \times \sigma_\xi^2 = \sigma_w^2$  – среднее и дисперсия случайной величины  $w(n)$ .

Уравнение измерения наблюдаемого процесса остается неизменным:

$$y(n) = C \cdot x(n) + \eta(n),$$

где  $C = 1$ .

Фильтрация наблюдаемого процесса от шума описывается уравнением:

$$\hat{x}(n+1) = \hat{x}(n) + u(n) + k(n) \cdot [y(n) - \hat{x}(n)],$$

при начальных условиях:

$$\hat{x}(0) = x(0) = \xi_0 + G_0,$$

где  $p(0) = \sigma_\xi^2$ ,  $R = \sigma_\eta^2$ ,  $Q = \sigma_w^2$ ,  $k(n)$  – нестационарный коэффициент усиления фильтра, равный:

$$k(n) = p(n) \cdot (p(n) + R)^{-1} = \frac{p(n)}{p(n) + R}, \\ p(n+1) = p(n) + Q - k^2(n) \cdot (p(n) + R)$$

или

$$p(n+1) = p(n) + Q - \frac{p^2(n)}{p(n) + R}. \quad (11)$$

Данное нелинейное разностное уравнение (11) называют дискретным уравнением Риккати. Очевидно, что оно имеет стационарное решение  $p^*$ , удовлетворяющее квадратному уравнению:

$$p = p(n) + Q - \frac{p^2}{p + R}$$

или

$$p^2 - Q \cdot p - Q \cdot R = 0.$$

Нас интересует положительное решение, которое равно:

$$p^* = Q \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot R}{Q}}}{2} = Q \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \sigma_\eta^2}{\sigma_w^2}}}{2},$$

так как  $k^* = \frac{p^*}{p^* + R} = \frac{Q}{p^*}$ , то  $k^* = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \sigma_\eta^2}{\sigma_w^2}}}$ ,

т.е. стационарный коэффициент усиления фильтра Калмана зависит от дисперсионного отношения шумов объекта и измерителя.

Дискретное уравнение Риккати (11) может иметь точное аналитическое решение. Преобразуем его к виду:

$$p_{n+1} \cdot p_n + R \cdot p_{n+1} - (Q + R) \cdot p_n - Q \cdot R = 0,$$

с начальными условиями:  $p(0) = p_0$ .

Введем замену переменных:

$$p_n = \frac{q_{n+1}}{q_n} - R.$$

Подстановка сразу же дает:

$$\frac{q_{n+2}}{q_n} - (Q + 2R) \cdot \frac{q_{n+1}}{q_n} + R^2 = 0$$

или

$$q_{n+2} - (Q + 2R) \cdot q_{n+1} + R^2 \cdot q_n = 0.$$

В результате имеем линейное разностное уравнение второго порядка с решением:

$$q(n) = C_1 \cdot \lambda_1^n + C_2 \cdot \lambda_2^n,$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – корни квадратного уравнения

$$\lambda^2 - (Q + 2R) \cdot \lambda + R^2 = 0.$$

Очевидно, что  $\lambda_1, \lambda_2 > 0$  и пусть  $\lambda_2 > \lambda_1$

$$\lambda_{1,2} = \frac{Q}{2} + R \mp \sqrt{\frac{Q^2}{4} + Q \cdot R}.$$

Решение для  $p_n$  имеет вид:

$$p_n = \frac{\lambda_1 \cdot \bar{C} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^n + \lambda_2}{\bar{C} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^n + 1} - R,$$

где  $\bar{C} = \frac{C_1}{C_2}$  находят из формулы:

$$\bar{C} = \frac{\lambda_2 - p_0 - R}{p_0 + R - \lambda_1}.$$

Стационарное решение  $p^* = \lambda_2 - R$ , так как

$$\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^n \rightarrow 0 \text{ при больших } n \rightarrow \infty. \text{ Значит } p^* = \frac{Q}{2} + \sqrt{\frac{Q^2}{4} + Q \cdot R}, \text{ что мы ранее и установили.}$$

Нестационарный коэффициент усиления фильтра равен:

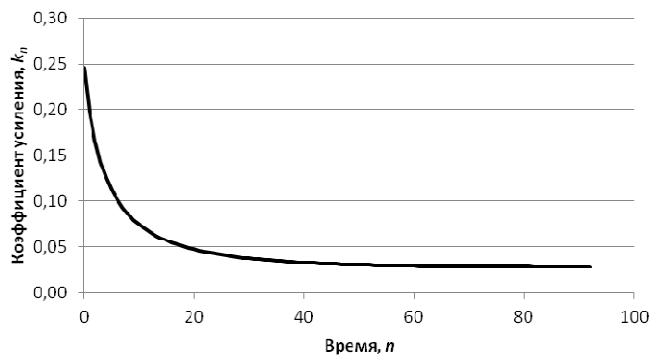
$$k_n = \frac{p_n}{p_n + R} = 1 - \frac{R \cdot \left( \bar{C} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^n + 1 \right)}{\lambda_1 \cdot \bar{C} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^n + \lambda_2}.$$

Для скалярного случая приведем пример расчета нестационарного коэффициента усиления фильтра при входных данных, представленных в таблице.

Т а б л и ц а

$\sigma_\eta$	$\sigma_\xi$	$\sigma_w$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\bar{C}$	$b_1$	$b_2$	$G_0$
35%	20%	1%	0,11905	0,12605	-0,83888	0,1	0,5	1

Результаты расчета нестационарного коэффициента усиления фильтра при входных данных, приведенных в таблице, представлены на рисунке.



Динамика нестационарного коэффициента усиления фильтра во времени

**Заключение.** Для дальнейших исследований представляет интерес рассмотрение случайных искажений, описываемых гауссовским цветным, или дробовым шумом, когда имеются редкие, но значительные выбросы остатков на корсчете банка.

1. Волошин И.В. Оценка банковских рисков: новые подходы. – К.: Эльга, Ника-Центр, 2004. – 216 с.
2. Волошин И.В. Динаміка розривів ліквідності банку за умов змінної програми розміщення та залучення коштів // Вісн. НБУ. – 2007. – № 8. – С. 24–26.
3. Воронін А.В., Волошин І.В. Режими залучення банківських строкових вкладів // Банківська справа. – 2016. – № 2 (139). – С. 107–117.
4. Воронін А., Волошин І. Дискретна динамічна модель для розрахунку програми залучення депозитів // Там же. – 2016. – № 4 (141). – С. 91–98.

5. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука. 1991. – 402 с.
6. Voloshyn I. An unobvious dynamics of rolled over time banking deposits under a shift in depositors' preferences: *whether a decrease of weighted average maturity of deposits is indeed an early warning liquidity*

*indicator?* – 26.12.2014. – [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2553732](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2553732)

Поступила 07.03.2017  
 ihor.voloshyn12@gmail.com  
 © А.В. Воронин, И.В. Волошин, 2017

UDC 313.42

A.V. Voronin<sup>1</sup>, I.V. Voloshyn<sup>2</sup>

### Stochastic Discrete Dynamic Model of the Bank's Liquidity

<sup>1</sup> PhD in Techn. Sciences, Docent, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Kharkiv, Nauky ave. 9-A, 61166 Ukraine

<sup>2</sup> PhD in Techn. Sciences, Chief Specialist, The National bank of Ukraine, Instytutska St. 9, Kyiv 01601 Ukraine

**Keywords:** attraction program, deposit, term to maturity, Volterra integral equation, discrete dynamic model, randomness, Kalman filter

**Introduction.** For successful management of the banks' deposit activity it is important to understand how to change the deposit attraction programme if the time structure of deposits has suddenly changed. The existing studies are mainly devoted to the analytical calculations of attracting programmes under conditions when the time structure of deposits is described by the continuous functions. There are scientific researches in which a methodology for calculating the deposit attraction programme are developed, provided that the time structure of deposits is discrete, which made it more similar to the problems that arise in each bank practice. However, in reality, the deposits attraction are outraged by random processes.

**Purpose.** Therefore, the bank faces the task of assessing or forecasting a programme for attracting deposits under conditions of incomplete information (stochasticity).

**Methods.** The task of evaluating the programme for attracting deposits under conditions of Gaussian noise is solved with the Kalman filtering procedure. Since the equation describing the discrete changes in the deposit attraction programme is a Voltaire difference equation of the convolution type, the Z-transformation is used to bring it to the standard representation in the state space. The scheme of the non-stationary Kalman filter is implemented in the form of a "predictor-corrector".

**Results.** The algorithm for evaluating the programme for deposits attraction in the case of a random Gaussian process is developed. The equations for the non-steady-state Kalman filter are obtained. The numerical results clearly demonstrate the stable operation of the implemented filtering algorithm.

**Conclusion.** The developed algorithm for estimating a discrete programme for attracting deposits in the presence of a random Gaussian process is useful for software developers at the banking institutions. Its usage helps to improve the decision-making system for banks' deposit management. For future research, it is necessary to consider the random distortions described by Gaussian color or shot noise, when there are the rare but significant outliers of the balances on the bank's correspondent account.

1. Voloshyn I.V. Assessment of banking risks: new approaches, K.: Elga, Nika-Center, 2004, 216 p.
2. Voloshyn I.V. Dynamics of bank liquidity gaps under variable programs of money placement and attraction // Herald of the National Bank of Ukraine 2007 6 N 8, P. 24–26.
3. Voronin A., Voloshyn I. The modes of attraction of bank term deposits // Banking, 2016, N 2 (139), P. 107–117.
4. Voronin A., Voloshyn I. A discrete dynamic model for calculating the program of deposits attraction // Banking, 2016, N 4 (141), P. 91–98.
5. Ljung L. System Identification. Theory for the User, Moscow: Nauka, 1991, 402 p.
6. Voloshyn I. An unobvious dynamics of rolled over time banking deposits under a shift in depositors' preferences: *whether a decrease of weighted average maturity of deposits is indeed an early warning liquidity indicator?* – 26.12.2014. – [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2553732](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2553732)

