

УДК 004.94

В.А. Васянин

Компьютерное моделирование распределения и маршрутизации дискретных многопродуктовых потоков в коммуникационной сети

Предложена компьютерная технология моделирования распределения и маршрутизации многопродуктовых потоков в коммуникационной сети. Сформулированы постановка и математическая модель задачи, особенности и варианты ее решения. Описаны демонстрационная программа и числовой пример распределения и маршрутизации потоков в автотранспортной сети контейнерных перевозок.

Запропоновано комп'ютерну технологію моделювання розподілу і маршрутизації багатопродуктових потоків у комунікаційній мережі. Сформульовано постановку і математичну модель задачі, особливості та варіанти її розв'язання. Описано демонстраційну програму і числовий приклад розподілу та маршрутизації потоків у автотранспортній мережі контейнерних перевезень.

Введение. Данная статья – продолжение [1] и посвящена описанию технологии компьютерного моделирования решения обобщенной задачи упаковки и распределения мелкопартионных корреспонденций в многопродуктовых иерархических сетях [2]. Корреспонденция – это пара различных узлов сети, между которыми имеется направленный дискретный поток элементов (продуктов, требований) заданной величины, например, неделимых грузов унифицированного размера, бит или символов в передаваемых данных (сообщениях). В многопродуктовой сети каждый узел может обмениваться корреспонденциями со всеми остальными узлами. Такие задачи характерны для транспортных сетей с мелкопартионными грузами и магистральных опорных сетей передачи данных с технологией виртуальных контейнеров и в большинстве случаев решаются в несколько этапов. На *первом* этапе решается задача выбора иерархической структуры магистральной коммуникационной сети и схемы сортировки корреспонденций в узлах сети и упаковки их в транспортные блоки. На *втором* возникает задача распределения и маршрутизации потоков транспортных блоков со смешанными вложениями, сформированными при решении первой задачи. Под смешанными вложениями понимаются объединенные в один транспортный блок (контейнер) мелкопартионные тарно-штучные грузы или сообщения с

разными адресами назначения, которые могут не совпадать с адресом назначения транспортного блока. Смешанные потоки образуются для максимального сокращения количества транспортных блоков, необходимых для упаковки и транспортировки мелкопартионных корреспонденций.

Цель статьи – описание компьютерной технологии моделирования процессов распределения и маршрутизации потоков транспортных блоков в иерархической сети. Компьютерная программа входит в состав инструментальных программных средств автоматизированной информационно-аналитической системы поддержки принятия решений (АИАС ППР) [3], которая разрабатывается в Институте телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины. В статье рассматриваются содержательная постановка и математическая модель задачи, обсуждаются особенности и варианты ее решения, а также приводится числовой пример распределения и маршрутизации потоков контейнеров в автотранспортной сети перевозок.

Содержательная постановка и математическая модель задачи оптимизации распределения и маршрутизации потоков

Содержательная постановка задачи заключается в выборе такой схемы распределения и

маршрутизации потоков транспортных блоков, сформированных при решении задачи выбора иерархической структуры магистральной сети и схемы сортировки мелкопартионных корреспонденций в узлах сети, при которой максимально снижаются приведенные затраты на обработку и транспортировку потоков. Решение задачи должно осуществляться в интерактивном режиме и определять основные технико-экономические показатели функционирования магистральной сети при изменении исходных данных, параметров и ограничений транспортной модели.

В [4] предложены математическая модель NP -трудной задачи распределения и маршрутизации транспортных блоков с упакованными в них мелкопартионными грузами или сообщениями. Рассмотрим математическую модель задачи в такой постановке.

Пусть $G(N, P)$ – иерархическая магистральная сеть с множеством неориентированных дуг P , $p = |P|$ и множеством узлов $N = N_1 \cup N_2 \cup N_3$, $n = |N|$, где N_1, N_2, N_3 – множества узлов первого, второго и третьего типа соответственно, \cup – знак объединения множеств, $|\cdot|$ – знак мощности множества. Узлы сети соответствуют пунктам сортировки, отправления, назначения и перегрузки потоков, а дуги – участкам дорог для транспортных сетей или каналам связи для сетей передачи данных, связывающим узлы сети. Узлы второго и третьего типа отличаются от узлов первого типа функциональными возможностями, уровнем технической оснащенности, числом обслуживающего персонала (а значит и функциями затрат на обработку потоков) и др. В узлах третьего типа запрещена обработка транзитных потоков транспортных блоков.

Мелкопартионные потоки корреспонденций заданы исходной целочисленной матрицей $A = \|a_{ij}\|_{n \times n}$ и преобразованной целочисленной матрицей $A' = \|a'_{ij}\|_{n \times n}$, полученной после решения задачи упаковки транспортных бло-

ков. Элементы матрицы A' определяются следующим образом:

$$a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + \sum_{rs \in \Omega_{ij}} a_{rs}, & \text{если потоки } \{a_{rs}\} \\ & \text{объединены с потоком } a_{ij}, \\ 0, & \text{если поток } a_{ij} \text{ объединен с каким-} \\ & \text{либо другим потоком или } i = j \end{cases}$$

для $ij \in S$, где S – множество индексов ij потоков, а Ω_{ij} – множество индексов rs потоков $\{a_{rs}\}$, объединенных с потоком a_{ij} . С матрицей A' связана справочная матрица объединения потоков $C = \|c_{ij}\|_{n \times n}$, элементы которой определяются так:

$$c_{ij} = \begin{cases} k, & \text{если поток } a_{ij} \text{ объединяется} \\ & \text{с потоком } a_{ik}, \\ j, & \text{если поток } a_{ij} \text{ направляется в узел } j, \\ 0, & \text{если } i = j. \end{cases}$$

Матрица C используется для восстановления последовательности узлов сети, в которых выполняется транзитная сортировка мелкопартионных корреспонденций a_{ij} , $ij \in S$ [5].

Кроме того, на вход задачи поступает матрица предварительных оценок времени доставки мелкопартионных корреспонденций получателям $T = \|T_{ij}\|_{n \times n}$, элементы которой выступают в качестве начальных ограничений на время доставки при решении задачи распределения и маршрутизации потоков транспортных блоков.

Пусть $\tilde{A} = \|\tilde{a}_{ij}\|_{n \times n}$, $\tilde{a}_{ij} = \left\lceil \frac{a'_{ij}}{\omega} \right\rceil$ – матрица потоков транспортных блоков, где ω – размер транспортного блока, $\lceil \cdot \rceil$ – знаки округления числа до большего целого. Размер транспортного блока измеряется количеством вмещающихся в него единиц мелкопартионных корреспонденций. Потоки \tilde{a}_{ij} из источников i в стоки j должны перевозиться в транспортных

средствах или передаваться по каналам связи с заданной периодичностью.

Пусть $\{m_k\}$, $k = \overline{1, l}$ – заданное множество проектируемых маршрутов транспортных средств или каналов связи, каждый из которых состоит из последовательности узлов и дуг сети G , соединяющей начальный и конечный узлы маршрута или канала связи. Предполагается, что множество $\{m_k\}$ для каждой неориентированной дуги сети G содержит прямой и обратный маршруты, и в процессе решения задачи во множество $\{m_k\}$ могут включаться новые маршруты, генерируемые по определенным правилам. Множество $\{m_k\}$ может содержать несколько маршрутов, соединяющих любую пару узлов. С каждым маршрутом транспортной сети связаны его характеристики: функция среднегодовых приведенных затрат на эксплуатацию и содержание маршрута или тарифы за перевозку единицы груза на маршруте; грузоподъемность и периодичность движения транспортных средств; время прибытия и отправления транспортного средства для каждого узла в маршруте и др. Для каждого маршрута в сети передачи данных заданы функция среднегодовых приведенных затрат на эксплуатацию и содержание канала связи, его длина и пропускная способность.

Определим маршрутную мультисеть $G_M(N, P_M)$, построенную транзитивным замыканием узлов всех маршрутов из $\{m_k\}$, где N – множество узлов сети, P_M – множество ее ориентированных маршрутных дуг. Между любыми узлами α и β сети G_M существует маршрутная дуга, если они связаны хотя бы одним маршрутом транспортного средства или каналом связи из $\{m_k\}$. Введем переменные: $u_{ij,k}^{\alpha\beta}$ – неизвестный поток транспортных блоков из i в j , проходящий по дуге $p_{\alpha\beta} \in P_M$, полученной из маршрута m_k ($u_{ij,k}^{\alpha\beta}$ определяют дуговые потоки в транспортных блоках на маршрутной сети G_M); $u_{ij,k}^{\eta\xi}$ – неизвестный поток

транспортных блоков из i в j , проходящий по дуге $p_{\eta\xi} \in P$ на маршруте m_k .

Требуется минимизировать функцию

$$F = \sum_{k=1}^l C_{tr}^k \left(\left(\sum_{\eta\xi \in q_k} \sum_{ij \in S} u_{ij,k}^{\eta\xi} \right), d_k \right) + \sum_{\beta=1}^n C_{load}^{\beta} \left(\sum_{\alpha=1}^n \sum_{k=1}^l \sum_{ij \in S} (u_{ij,k}^{\alpha\beta} + u_{ij,k}^{\beta\alpha}) \right) \quad (1)$$

при таких ограничениях:

$$\sum_{\beta=1}^n \sum_{k=1}^l u_{ij,k}^{\alpha\beta} - \sum_{\beta=1}^n \sum_{k=1}^l u_{ij,k}^{\beta\alpha} = \begin{cases} \tilde{a}_{ij} & \text{при } i = \alpha, \\ 0 & \text{при } i \neq \alpha, j \neq \alpha, \\ -\tilde{a}_{ij} & \text{при } j = \alpha, \text{ для } \alpha = \overline{1, n}, ij \in S; \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \sum_{k=1}^l \sum_{ij \in S} (u_{ij,k}^{\alpha\beta} + u_{ij,k}^{\beta\alpha}) - \sum_{j=1}^n (\tilde{a}_{\beta j} + \tilde{a}_{j\beta}) \leq 2b_{\beta}, \quad \beta = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$\sum_{ij \in S} u_{ij,k}^{\eta\xi} \leq W_{\eta\xi}^k \text{ для всех } \eta\xi \in q_k, k = \overline{1, l}; \quad (4)$$

$$\sum_{\beta=1}^n \sum_{ij \in S} (u_{ij,k}^{\alpha\beta} + u_{ij,k}^{\beta\alpha}) \leq b_{\alpha}^k, \quad \alpha \in v_k, k = \overline{1, l}; \quad (5)$$

$$t_{av} = 1 / \tilde{a}_{\Sigma} \sum_{k=1}^l \sum_{\eta\xi \in q_k} f_{\eta\xi}^k / (W_{\eta\xi}^k - f_{\eta\xi}^k) \leq T_{del}, \text{ где } \tilde{a}_{\Sigma} = \sum_{ij \in S} \tilde{a}_{ij}, f_{\eta\xi}^k = \sum_{ij \in S} u_{ij,k}^{\eta\xi}; \quad (6)$$

$$u_{ij,k}^{\alpha\beta} \geq 0, u_{ij,k}^{\eta\xi} \geq 0 \quad \text{– целые числа.} \quad (7)$$

Предполагается, что имеется оператор $\Phi: u_{ij,k}^{\alpha\beta} \Rightarrow \{u_{ij,k}^{\eta\xi}\}$, $p_{\alpha\beta} \in P_M$, $p_{\eta\xi} \in P$, $ij \in S$, $k = \overline{1, l}$, отображающий поток по маршрутной дуге – в сети G_M на соответствующее подмножество дуг маршрута m_k в сети G ; учитываются ограничения на время доставки корреспонденций получателю $t_{ij} \leq T_{ij}$, $ij \in S$.

В конкретных случаях решения задачи к указанным ограничениям могут быть добавлены ограничения на запрет разветвления потоков:

$$u_{ij,k}^{\alpha\beta} = \begin{cases} \tilde{a}_{ij}, & \text{если поток проходит} \\ & \text{по дуге } \alpha\beta \in m_k, \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases} \quad (8)$$

В формулах (1) – (8) введены обозначения: C_{tr}^k – нелинейная функция, определяющая зависимость транспортных затрат от количества транспортных блоков, передаваемых по маршруту m_k , и от длины маршрута d_k ; q_k – упорядоченное множество дуг из P , составляющих маршрут m_k ; C_{load}^β – нелинейная функция затрат на обработку транспортных блоков в узле β ; b_β , $\beta = \overline{1, n}$ – максимальная пропускная способность β -го узла в транспортных блоках, пропускная способность задается для транзитных потоков, так как исходящие и входящие потоки для каждого узла должны быть обработаны безусловно. Для узлов третьего типа $b_\beta = 0$; $W_{\eta\xi}^k$ – грузоподъемность транспортного средства или пропускная способность канала связи на маршруте m_k на дуге $\eta\xi \in P$ в транспортных блоках, $W_{\eta\xi}^k \in \{w_1, w_2, \dots, w_v\}$, где w_1, w_2, \dots, w_v – целые, упорядоченные по возрастанию положительные числа; b_α^k – ограничения на максимальное суммарное число транспортных блоков, которое можно обработать в транзитном узле α на маршруте m_k ; v_k – упорядоченное множество узлов из N на маршруте m_k ; t_{av} , T_{del} – расчетная средняя и заданная максимальная задержка в передаче транспортных блоков в сети; t_{ij} , T_{ij} , $ij \in S$ – расчетное и заданное время на доставку корреспонденций a_{ij} из i в j .

В связи со сложностью сформулированной задачи в [4] предложен метод ее преобразования к некоторой совокупности более простых линейных многомерных задач о ранце со связывающими ограничениями. При этом исходная задача на минимум целевой функции заменяется в некотором смысле на двойственную к ней задачу, на максимум загрузки участков

маршрутов транспортных средств или каналов связи при исключении из явного рассмотрения нелинейных функций затрат. Для решения преобразованной задачи, которая также есть NP -трудной [6], разработаны алгоритмы, существенно использующие специфику ее структуры, абстрактные типы данных и приемы, характерные для эвристических алгоритмов решения многомерной задачи о ранце. Алгоритмы позволяют за приемлемое время получить рациональные, с точки зрения проектировщика сети, решения задачи.

Особенности задачи и варианты ее решения

При практическом проектировании и анализе коммуникационных сетей должны использоваться реальные стоимостные показатели, например, среднегодовые приведенные затраты на обработку и транспортировку потоков. В каждом случае определение адекватных функций затрат – сложная задача, которая должна быть решена отдельно перед проведением численного моделирования. Для решения задачи оптимизации в целевую функцию должны быть включены только необходимые составляющие затрат, зависящие от искомым переменных. В сформулированной задаче предполагается использование во всех составляющих целевой функции капитальных и эксплуатационных затрат, приведенных к сопоставимому виду. Как правило, в математических моделях, описывающих процессы обработки и транспортировки многопродуктовых потоков, затраты связываются с величиной потока по дугам сети или путям передачи потока. Для сетей передачи данных, где дуги ассоциируются с каналами связи, такие постановки оказываются достаточно приемлемыми. В случае же транспортных сетей очень трудно адекватно определить стоимостные функции, например функцию транспортных затрат $C_{tr}^{ij}(u_{ij}, d_{ij})$ при решении задачи выбора структуры сети и схемы сортировки мелкопартионных корреспонденций [1] и функцию $C_{tr}^k \left(\left(\sum_{\eta\xi \in q_k} \sum_{ij \in S} u_{ij,k}^{\eta\xi} \right), d_k \right)$ при решении рас-

смаатриваемой задачи, а значит, и получить в результате решения задачи достоверный ответ. При проектировании новой или реконструкции существующей сети перевозок в реальных задачах необходимо рассчитывать транспортные затраты по маршрутам транспортных средств, т.е. связывать объемы и пути распределения потоков с множеством искомым *оптимальных* маршрутов. Для каждого определенного в результате решения маршрута, зная его характеристики (длину, грузоподъемность, тип транспортного средства и др.), легко рассчитать среднегодовые приведенные затраты для каждого маршрута и получить более достоверную оценку транспортных затрат для всей сети перевозок. В случае когда услуги предоставляются Q сторонними транспортными компаниями, в качестве функций транспортных затрат C_{ir}^k можно использовать тарифы на перевозку единицы груза (контейнера) по маршруту m_k . Предположим, что тарифы одинаковы для перевозки груженых и порожних контейнеров и все транспортные компании оказывают услуги по перевозке грузов между всеми узлами транспортной сети. Тогда задачу (1) – (8) можно рассматривать на транспортной мультисети $G(N, P)$ с $p = Q(n^2 - n)$ дугами, когда маршрутная сеть $G(N, P_M)$ полностью совпадает с $G(N, P)$, так как все маршруты представлены одной дугой. Получаем, что $l = |\{m_k\}| = Q(n^2 - n)$, а индексы дуг $\eta\xi \in P$ совпадают с $\alpha\beta \in P_M$. Заданы тарифы C_{ir}^k и длины d_k маршрутов m_k , $k = \overline{1, l}$. Величины $W_{\eta\xi}^k$ задают не грузоподъемность транспортных средств на участках маршрута m_k , а провозную возможность транспортных компаний на маршруте m_k . Задача (1) – (8) упрощается, так как проектировать маршруты не надо и можно не учитывать ограничения (5) и (6). Транспортные тарифы C_{ir}^k и затраты на обработку грузов в узлах сети C_{load}^β должны быть приведены к одной шкале и определять, например, среднегодовые приведенные затраты.

Если вместо функций C_{load}^β также использовать тарифы на обработку единицы груза, то получаем задачу линейного программирования с блочной структурой и связывающими ограничениями, когда в качестве матрицы коэффициентов выступает матрица инцидентности узлы–дуги ориентированного графа. В этом случае для решения задачи, кроме предложенных эвристических методов, можно использовать и известные методы целочисленного линейного программирования [7, 8] и многочисленные пакеты прикладных программ (например, *Gurobi*, *Linear Program Solver*, *Simplex OPTIMA*, *CPLEX*, *MINTO* и др.).

Рассмотрим кратко различные варианты и режимы решения задачи. Из постановки задачи видно, что если ограничения (8) не заданы, то любой поток транспортных блоков может разветвляться. При учете ограничений (6) пропускные способности маршрутов (грузоподъемность транспортных средств) или каналов связи выступают как искомые величины, и возникает необходимость итеративного решения задач распределения потоков и выбора пропускных способностей. Приведены варианты и возможные режимы решения задачи для каждого варианта в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Ограничения:	Номер варианта			
	1,1	1,2	2,1	2,2
0 – не учитываются; 1 – учитываются				
(6) – среднее время задержки потоков	0	0	1	1
(8) – разветвление потоков	1	0	1	0

Сформулируем основные требования к программе, реализующей алгоритм решения задачи (1) – (8). Очевидно, что при некорректном задании ресурсов и принятых ограничениях, задача может не иметь решения. В этом случае можно ослабить ограничения и попытаться перераспределить потоки. Выбор тех или иных ослабляемых ограничений может быть выполнен в интерактивном режиме. Поэтому программа должна обеспечить диалог с проектировщиком в случае невозможности получения решения при заданных ограничениях. Кроме того, структура программы должна быть тако-

ва, чтобы могла обеспечить решение задачи в любом из вариантов и режимов, представляющих практический интерес.

Таблица 2

Ограничения: 0 – не учитываются; 1 – учитываются	Номер режима															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
(3) – пропускные способности узлов	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(4) – пропускные способности маршрутов	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
(5) – объемы обработки транспортных блоков в транзитных узлах маршрутов	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
время доставки корреспонденций получателю	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

Демонстрационная программа распределения и маршрутизации потоков. Числовой пример проектирования автотранспортной сети

Моделирование процессов распределения и маршрутизации потоков транспортных блоков представляет собой информационную компьютерную технологию, состоящую из сценариев действий проектировщика и программной системы в среде АИАС ППР, что обеспечивает диспетчерским службам на всех уровнях иерархии сети интерактивный картографический доступ к наборам пространственных данных, характеризующих состояние узлов и транспортных магистралей в реальном времени. Информационно-картографическая система предоставляет возможность работать с многослойной электронной картой узлов и транспортных магистралей коммуникационной сети. На карте можно одновременно или в любой комбинации видеть узлы, их зоны обслуживания, транспортные магистрали, выделенные фрагменты сети (полигоны), маршруты движения транспортных средств и передачи информации, плановую и текущую загрузку узлов, транспортных средств на маршрутах движения и магистральных каналов связи, объемы неотправленных вовремя грузов и информации в узлах сети и множество других данных, характеризующих транспортную сеть. При этом можно изменять масштаб изображения, переключаться на раз-

ные слои электронной карты, вызывать различные прикладные программы.

Для экспериментального исследования решения задачи распределения и маршрутизации потоков и для обучения диспетчеров работе с программой разработана ее демонстрационная версия. Программа включена в состав программного обеспечения АИАС и может работать в автономном режиме, когда все необходимые входные данные генерируются датчиком псевдослучайных чисел. На рис. 1 показана главная форма программы.

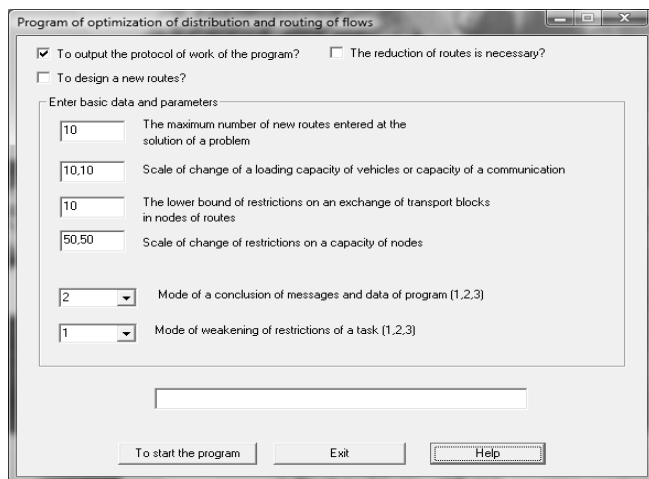


Рис. 1

Все входные данные программы вводятся из наборов данных, хранящих результаты решения задачи выбора структуры сети и схемы сортировки потоков корреспонденций [1]. Вводятся исходная и преобразованная матрицы потоков корреспонденций $A = \|a_{ij}\|_{n \times n}$ и $A' = \|a'_{ij}\|_{n \times n}$, справочная матрица объединения потоков $C = \|c_{ij}\|_{n \times n}$, матрица потоков транспортных блоков $\tilde{A} = \|\tilde{a}_{ij}\|_{n \times n}$, матрица предварительных оценок времени доставки $T = \|T_{ij}\|_{n \times n}$ и другая информация, полученная после решения задачи выбора структуры сети и необходимая для решения задачи распределения и маршрутизации потоков. Задача может решаться при ручном проектировании маршрутов и в автоматизированном режиме, когда маршруты генерируются в процессе решения. Для авто-

матризованного режима (отмечено поле *проектировать новые маршруты*) в окнах главной формы можно указать нижнюю и верхнюю границы значений $W_{\eta\xi}^k$, нижнюю границу значений b_{α}^k (верхняя граница равна $2W_{\eta\xi}^k$) для проектируемых маршрутов и нижнюю и верхнюю границы для b_{β} . Так как в автоматизированном режиме генерируется большое количество шаблонов маршрутов, то можно отметить поле *нужна ли редукция маршрутов* для экономии используемой оперативной памяти компьютера. При проектировании маршрутов в ручном режиме открывается окно для ввода маршрутов и их характеристик. Для обоих режимов можно указать максимальное количество вводимых маршрутов при невозможности распределения всех потоков при заданных ограничениях, выбрать условия ослабления ограничений и параметр вывода результатов решения задачи. Если условия ослабления равны единице, то все нарушаемые ограничения в процессе решения будут автоматически ослабляться, при равенстве условий двум программа выводит запрос на разрешение ослабления каждого нарушаемого ограничения, при равенстве условий трем – ослабления ограничений запрещены. В нижней части главной формы расположены окно для вывода текущих сообщений программы и кнопки активизации действий.

После установки нужных параметров и старта программы появляется диалоговая форма (рис. 2). На форме расположены окно для вывода информационных сообщений и сообщений, требующих ответа и поля с флажками указателями учета ограничений.

Все выходные данные выводятся в три набора данных $out1_{opt}$, $out1$ и $out2$ и отображаются на экране компьютера с помощью системной программы *WordPad*. В форму $out1_{opt}$ выводятся основные технико-экономические показатели функционирования сети, полученные в результате решения задачи выбора ее структуры. В форму $out1$ для каждого узла сети в отредактированном виде выводится схема сортировки потоков корреспонденций и формирования потоков транспортных блоков. Если за-

дача выбора структуры решалась для транспортной сети, то в начало формы $out1$ дополнительно выводятся результаты решения задачи развозки порожних контейнеров. В форме $out2$ приводятся схема сортировки потоков корреспонденций с окончательными оценками времени доставки корреспонденций получателям и результаты решения задачи распределения и маршрутизации потоков транспортных блоков. Результаты решения содержат технико-экономические показатели функционирования сети и полную информацию о путях транспортировки потоков на оптимизированных маршрутах.

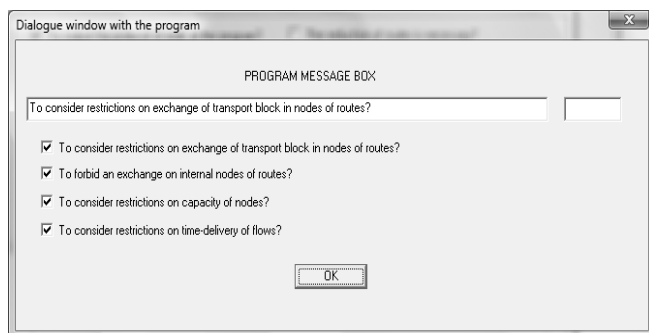


Рис. 2

Краткое описание работы программы.

Для транспортной сети или сети передачи данных имеется несколько вариантов работы программы, которые связаны с разрешением или запрещением разветвления потоков транспортных блоков (8) и соблюдением ограничений (6) (табл. 1). Выбор вариантов осуществляется в диалоговой форме программы. Для каждого варианта существует шестнадцать режимов оптимизации (табл. 2), при которых одни ограничения учитываются, а другие – ослабляются. Возможно выборочное ослабление ограничений (3) – (5) и $t_{ij} \leq T_{ij}$, $ij \in S$. Кроме того, при решении задачи допускаются введение новых маршрутов в случае невозможности распределения всех потоков при заданных маршрутах и ограничениях, генерация множества шаблонов маршрутов и выбор из них наиболее рациональных для распределения всех потоков при заданных ограничениях. Использование различных режимов работы программы дает возможность проектировщику анализировать и оце-

нивать варианты решения задачи на различных стадиях проектирования сети при имеющихся или планируемых ресурсах. При использовании адекватных функций затрат, проектировщик может оперировать реальными среднегодовыми приведенными затратами, необходимыми для приобретения и эксплуатации оборудования при выбранной структуре, исходных данных и параметрах проектируемой сети. Диалог с программой полностью прозрачен и требует выполнения простых действий проектировщика.

Числовой пример. Также как и в [1], для входных данных, показанных на рис. 3, была сгенерирована датчиком псевдослучайных чисел автотранспортная сеть с числом узлов $n = 12$ и степенью узлов $val = 3$. Длины дуг генерировались от 80 до 300 км, а величина исходящих мелкопартионных потоков грузов из узлов первого и второго (третьего) типа задавалась в пределах от единицы до девяти и от единицы до пяти соответственно. Принимались следующие значения ограничений и параметров: пропускные способности узлов по обработке транзита одинаковы и равны 500 единицам мелкопартионных грузов; максимальное время доставки мелкопартионных грузов получателю одинаково для всех корреспонденций и равно 15 суткам; размер контейнера $\omega = 15$ единицам мелкопартионных грузов; начальная максимальная грузоподъемность автотранспортных средств $w_{\xi} = 10$ контейнерам (в процессе проведения эксперимента варьировалась); время на сортировку мелкопартионных грузов в узлах сети $T_a = 1$ суткам; время на транзитную перегрузку контейнеров в узлах сети $T_b = 0,5$ суткам; время стоянки транспортных средств в конечных пунктах следования $T_{end} = 1$ суткам; периодичность движения транспортных средств $T_{move} = 1$ суткам (значения T_{end} и T_{move} задаются в режиме диалога); стоимость одного контейнера $C_{con} = 20$ у.е.; средняя скорость движения транспортных средств $V_{av} = 80$ км/час; максимальное допустимое число транзитных объединений мелкопартионных грузов $\nu_{max} = 10$.

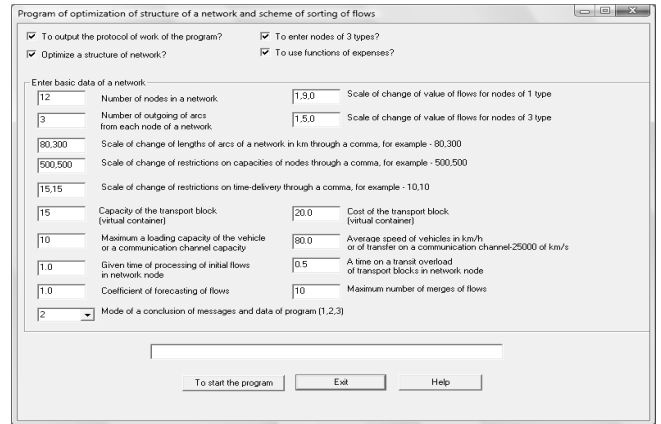


Рис. 3

Задача оптимизации структуры сети (A) решалась для $w_{\xi} \in \{10, 5, 3\}$ при неизменных значениях потоков мелкопартионных грузов и других заданных параметров. Для всех значений w_{ξ} была получена одна и та же структура сети, содержащая девять узлов первого типа и три узла второго типа. Результаты решения этой задачи использовались как входные данные для решения задачи распределения и маршрутизации потоков контейнеров, которая решалась в ручном (B, C) и автоматизированном (D) режимах.

В ручном режиме в варианте B маршруты транспортных средств совпадали с дугами сети G, и предполагалось, что движение по маршрутам разрешено в обе стороны, поэтому заданное количество маршрутов в сети равно 18. В варианте C было введено дополнительно пять маршрутов с максимальным числом узлов в маршруте равным пяти. В варианте D для каждой пары узлов в сети G генерировался маршрут транспортного средства, всего сгенерировано $l = n(n-1)/2 = 12 \times 11/2 = 66$ маршрутов, движение по которым разрешалось в обе стороны.

В варианте D любой поток контейнеров может быть доставлен получателю без транзитных перегрузок, т.е. в узлах сети нет транзитных потоков контейнеров. Этот крайний случай введен для того, чтобы оценить, как максимальное сокращение времени доставки мелкопартионных грузов получателю t_{ij} отражается на экономических показателях сети.

Принимались следующие значения параметров и ограничений: одинаковая грузоподъемность транспортных средств на всех маршрутах также варьировалась в пределах $w^k \in \{10, 5, 3\}$ контейнеров; в варианте *C* разрешался транзитный обмен контейнерами в промежуточных узлах маршрутов; пропускные способности узлов одинаковы и равны 50 контейнерам; максимальное время доставки мелкопартионных грузов конечному потребителю не ограничивалось, т.е. допускалась возможность максимальной загрузки транспортных средств при распределении потоков по длинным путям; ограничения на среднюю задержку транспортных блоков в сети t_{av} не учитывались; разветвление потоков транспортных блоков запрещено; ослабление ограничений и ввод новых маршрутов разрешен.

Для расчета затрат на сортировку потоков корреспонденций в узлах сети использовались функции $C_{sort}^i(a_i, q_i)$, где

$$a_i = a_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n (a_{ij} + a_{ji}) + \sum_{j=1}^n a'_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}$$

и $q_i = q_{in}^i + \sum_{j=1}^n \delta_{ij}$ – соответственно суммарный объем и количество направлений сортировки потоков в узле i ($\delta_{ij} = 1$, если $\tilde{a}_{ij} \neq 0$, и $\delta_{ij} = 0$, если $\tilde{a}_{ij} = 0$, а q_{in}^i определяет задан-

ное количество направлений сортировки внутриузловых потоков a_{ii} , $i = \overline{1, n}$). Расчет среднегодовых приведенных затрат на транспортировку и обработку потоков контейнеров и затрат на сортировку выполнялся в условных единицах стоимости по конкретным формулам для автотранспортных сетей. Рабочий парк транспортных средств (ТС) и рабочий парк контейнеров в сети перевозок рассчитывались по формулам с использованием значений T_{end} , T_{move} , d_k , V_{av} для полученной схемы распределения и маршрутизации потоков контейнеров.

Напомним, что при решении задачи выбора структуры сети затраты на транспортировку и обработку контейнеров, а также значения времени доставки мелкопартионных корреспонденций получателю рассчитываются предварительно.

Результаты решения задач приведены в табл. 3 и на рис. 4 и 5. Лучший вариант решения (общие затраты составляют 215,2 тыс. у.е.) получен для варианта *C* при $w_{\xi} = 3$, когда на сети вводятся более длинные маршруты. При уменьшении значений w_{ξ} до минимального, общие затраты в вариантах *B*, *C* и *D* отличаются один от другого в пределах 11,94 процента (рис. 4), поэтому в случаях, когда проектиров-

Таблица 3

Наименования показателей	Грузоподъемность транспортных средств в контейнерах											
	$w = 10$				$w = 5$				$w = 3$			
	Результаты решения задач оптимизации структуры сети (A), распределения и маршрутизации потоков с заданными маршрутами (B, C) и с генерацией маршрутов (D)											
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
Заданное количество маршрутов	–	18	23	66	–	18	23	66	–	18	23	66
Количество введенных маршрутов	–	0	0	0	–	0	1	0	–	4	0	0
Количество загруженных маршрутов	–	18	5	18	–	18	6	18	–	22	14	19
Средний коэф. загрузки ТС в сети	–	0,29	0,35	0,19	–	0,58	0,68	0,37	–	0,80	0,67	0,58
Исходный рабочий парк ТС	–	36	46	132	–	36	46	132	–	36	46	132
Требуемый рабочий парк ТС	–	36	10	36	–	36	12	36	–	44	28	38
Требуемый рабочий парк контейнеров	–	198	198	198	–	198	203	198	–	202	200	198
Транспортные затраты (тыс. у.е.)	158,2	304,8	227,6	439,5	316,4	163,1	139,3	230,4	533,5	123,1	122,8	151,1
Затраты на сортировку (тыс. у.е.)	68,2	68,2	68,2	68,2	68,2	68,2	68,2	68,2	68,6	68,6	68,6	68,6
Затраты на обработку контейнеров (тыс. у.е.)	20,3	25,2	24,3	21,2	20,3	25,2	25,4	21,2	20,6	26,2	23,8	21,2
Общие затраты (тыс. у.е.)	246,7	398,2	320,1	528,9	404,9	256,5	232,9	319,8	622,7	217,9	215,2	240,9
T_{min}	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04	2,04
T_{max}	5,39	5,39	5,69	4,40	5,39	5,39	6,23	4,40	8,14	8,14	7,22	6,64
T_{av}	3,09	3,09	3,13	2,81	3,09	3,09	3,25	2,81	3,14	3,21	3,11	2,86

щик сети заинтересован в сокращении времени доставки корреспонденций получателям, может быть выбран вариант решения D . Среднее время доставки T_{av} остается для всех вариантов достаточно стабильным (рис. 5). Из табл. 3 видно, что при уменьшении w_{ξ} , адекватно изменяются и значения других параметров.

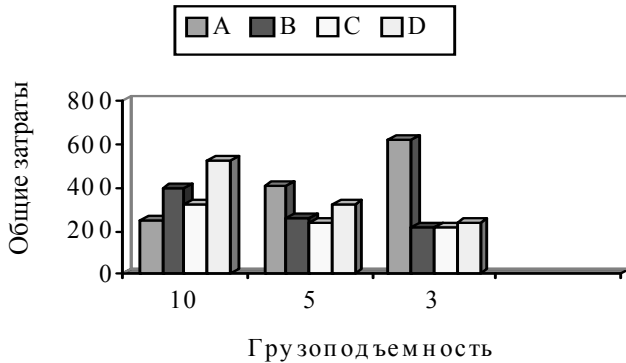


Рис. 4

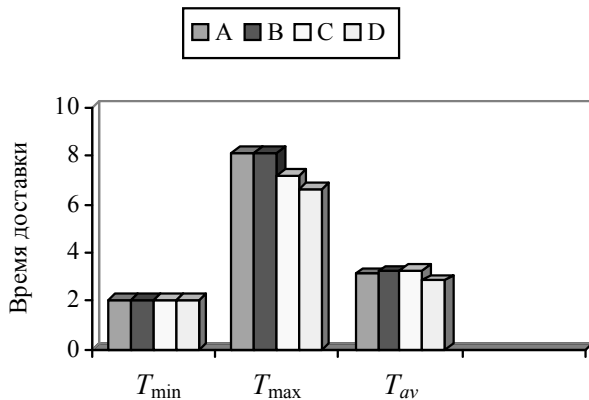


Рис. 5

Решение задач проводилось на ПК с процессором *Intel Core 2 Duo* с тактовой частотой 2,66 ГГц и оперативной памятью 2 Гб. Время расчета задачи в вариантах B , C и D не превышало долей секунды. Программное обеспечение разработано в среде *Microsoft Developer Visual Studio* и может быть адаптировано для работы в системе параллельного программирования *Intel® Parallel Studio XE 2016* (<https://software.intel.com/ru-ru/try-buy-tools>).

Заключение. Предложенная компьютерная технология решения задачи распределения и маршрутизации потоков позволяет:

- моделировать различные варианты транспортной сети или сети передачи данных;

- в интерактивном режиме оптимизации изменять маршруты транспортных средств или передачи информации, всевозможные параметры и ограничения модели, и из семейства полученных результатов выбирать наилучший, с учетом значения функции цели и принятых ограничений;

- повысить эффективность функционирования сети на уровне текущего планирования путем оптимизации использования ее имеющихся ресурсов и снижения эксплуатационных затрат, что дает возможность уменьшать тарифы на перевозку грузов или передачу информации, привлекать дополнительную клиентуру и обеспечивать постоянный прирост прибыли;

- оперативно перераспределять потоки при возникновении отказов оборудования в узлах и на транспортных маршрутах, непредвиденных ситуаций, стихийных бедствий и др.;

- получать технико-экономические показатели функционирования сети для заданных и прогнозных значений потоков, оценивать стоимость дополнительных ресурсов и планировать величину потребных инвестиций на модернизацию и развитие узлов и транспортных маршрутов.

1. Трофимчук А.Н., Васянин В.А. Компьютерное моделирование иерархической структуры коммуникационной сети с дискретными многопродуктовыми потоками // УСиМ. – 2016. – № 2. – С. 48–57.
2. Трофимчук А.Н., Васянин В.А. Моделирование мелкопартионных потоков в многопродуктовой сети // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 4. – С. 132–146.
3. Васянин В.А., Трофимчук А.Н. Автоматизация процессов принятия решений в многопродуктовых коммуникационных сетях с мелкопартионными дискретными потоками // Экологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. – 2010. – 5. – С. 172–213.
4. Васянин В.А. Задача распределения и маршрутизации транспортных блоков со смешанными вложениями и ее декомпозиция // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 1. – С. 144–156.
5. Васянин В.А. Справочная матрица слияния потоков в задачах оптимизации упаковок на многопродуктовых сетях // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2014. – № 3. – С. 42–49.

6. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
7. Ahuja R.K., Magnanti T.L., Orlin J.B. Network flows: theory, algorithms, and applications. – Upper Saddle River (New Jersey): Prentice-Hall, Inc., 1993. – 846 p.
8. Barnhart C., Krishnan N., Vange P.H. Multicommodity Flow Problems: In Encyclopedia of Optimization:

Second Edition, C.A. Floudas and P.M. Pardalos (Eds.). – Springer, New York, 2009. – P. 2354–2362.

Поступила 10.03.2016
Тел. для справок: +38 044 245-8797 (Киев)
E-mail: archukr@meta.ua
© В.А. Васянин, 2016

UDC 004.942

V.A. Vasyanin

Computer Simulation of the Distribution and Discrete Multicommodity Flows Routing in a Communication Network

Keywords: simulation, computer technology, multicommodity flows of correspondence, communications networks, hierarchical structures.

Introduction. We consider computer technology of modeling processes distribution and routing of multicommodity flows in communication network. The computer program is part of the software tools of automated information and analytical decision support system, which is being developed at the Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS of Ukraine. Are given statement and a mathematical model of the problem, discusses the features and options to solve it. Considered numerical example of distribution and routing of container flows in road transport network.

Purpose. The purpose of research is to improve the functioning of the projected communication networks at decrease expense of scarce material, raw materials, energy, financial and human resources. Increased efficiency is achieved by using the methodology of mathematical modeling and optimization of processes of processing and distribution of discrete flows, and a set of measures of information and analytical support and automate the decision-making procedures in the management of flows.

Methods. It is noted, that formulated nonlinear problem of distribution and routing flow is NP-hard, so has been proposed method of her transformation to a some set of simpler linear multidimensional knapsack problems with binding constraints. In transformed problem the initial nonlinear objective function on minimum replaced by a linear, when is maximized loading of arcs routes of vehicles or communication channels. Algorithms solutions are based on heuristic methods of solving multidimensional knapsack problem with using of specifics structure of problem and abstract data types. The features of cost functions on processing and transportation flows at the solving of problem for transport networks and data network are discusses. Are considered different variant solutions at the possibility of branching flows and account of constraints on the average delay time flows in the network, as well as at strict account and relaxation others restrictions of problem.

Result. Describes the simulation program of distribution and routing flows, which consists from scenarios action of the designer and the software at selection various options for solving the problem, when some restrictions are taken into account, while others – not. The program run in interactive mode and allows to change routes, their characteristics, and other parameters of the designed network and calculate the basic technical and economic parameters of its functioning.

Conclusion. The proposed computer technology of solution a problem of distribution and routing flows allows modeling various options for the transport network or data transmission network; in interactive optimization mode change the routes vehicles or transmitting information, various parameters and constraints of the model and from the set of obtained results choose the best option with considering the selected purpose function and adopted constraints; improve the efficiency of the network functioning at the level of the current planning by optimizing the use of its existing resources and reducing operating costs, which makes it possible to reduce the tariffs for the carriage of goods or transfer of information to attract additional clientele and to ensure a constant profit growth; operatively to redistribute flows in the event of equipment failure at the nodes net and on transport routes, emergency situations, natural disasters, etc.; receive technical and economic indicators of network performance for given and predictive values of flows, assess the cost of additional resources and plan the magnitude of required investment for the modernization and development of nodes and transport routes.

