

УДК 004.94

А.Н. Трофимчук, В.А. Васянин

## Компьютерное моделирование иерархической структуры коммуникационной сети с дискретными многопродуктовыми потоками

Предложена компьютерная технология моделирования иерархической структуры и схемы сортировки потоков в коммуникационной сети. Рассмотрены принципы организации сортировки и распределения потоков в иерархической трехуровневой сети. Сформулирована математическая модель задачи и описана демонстрационная программа ее решения, приведен числовой пример проектирования автотранспортной сети перевозок мелких партий грузов.

**Ключевые слова:** моделирование, компьютерные технологии, многопродуктовые потоки корреспонденций, коммуникационные сети, иерархические структуры.

Запропоновано комп'ютерну технологію моделювання ієрархічної структури і схеми сортування потоків в комунікаційній мережі. Розглянуто принципи організації сортування і розподілу потоків в ієрархічній тривірвевій мережі. Сформульовано математичну модель задачі і описано демонстраційну програму для її розв'язання, подано числовий приклад проектування автотранспортної мережі перевезень дрібних партій вантажів.

**Ключові слова:** моделювання, комп'ютерні технології, багатопродуктові потоки корреспонденцій, комунікаційні мережі, ієрархічні структури.

**Введение.** Для существующих коммуникационных сетей в различных отраслях хозяйства характерно то, что на всех уровнях управления уже введены различные автоматизированные и информационные системы. Предусматривается дальнейшее их развитие с использованием новейших информационных технологий; современного методического, технического и математического обеспечений; систем поддержки принятия решений, рационально сочетающих формальные и неформальные методы принятия решений и интерактивный режим анализа и выбора оптимальных решений. Поскольку физическая пространственная структура большинства существующих сетей уже сложилась, наибольший интерес представляет решение задач тактического (текущего) планирования и оперативного управления, нацеленных главным образом на оптимизацию их функционирования при имеющихся ресурсах.

Цель исследования заключается в разработке методологии математического моделирования процессов обработки и распределения дискретных многопродуктовых потоков в коммуникационных сетях и комплекса мер ин-

формационно-аналитического обеспечения и автоматизации процедур принятия решений в управлении потоками. В статье приводится описание компьютерной программы (технологии) для моделирования иерархической структуры и схемы сортировки потоков в коммуникационной сети. Компьютерная программа входит в состав инструментальных программных средств автоматизированной информационно-аналитической системы поддержки принятия решений (АИАС ППР), которая разрабатывается в Институте телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины. Цель создания АИАС ППР – повышение эффективности функционирования коммуникационных сетей путем снижения дефицитных материальных, сырьевых, энергетических, финансовых и трудовых ресурсов.

**Иерархическая структура сети. Краткое описание принципов организации сортировки и распределения потоков**

В большинстве случаев существующие и проектируемые территориально-распределенные коммуникационные сети есть многоуровневыми и состоят из децентрализованной рас-

пределенной сети (магистральной) и низовых фрагментарных сетей (зональных и внутренних) на нижних уровнях иерархии. В статье рассматриваются вопросы транспортных и магистральных сетей передачи данных, для которых характерно наличие множества источников и стоков потоков мелкопартионных корреспонденций (продуктов или требований). Под корреспонденцией понимается пара различных узлов сети, между которыми имеется направленный (адресный) дискретный поток элементов заданной величины, например, неделимых грузов унифицированного размера, бит или символов в передаваемых данных (сообщениях). В многопродуктовой сети каждый узел может обмениваться корреспонденциями со всеми остальными узлами. Корреспонденции могут быть заданы, например, матрицей мелкопартионных дискретных потоков, в которой строки соответствуют узлам–источникам, столбцы – узлам–стокам, а элементы матрицы определяют величину корреспонденций. В магистральной сети и зональных сетях все корреспонденции должны транспортироваться в транспортных средствах или передаваться по каналам связи в транспортных блоках (контейнерах) заданного размера. Размер транспортного блока измеряется количеством вмещающихся в него единиц корреспонденций.

В сети имеется четыре типа территориально расположенных узлов с известными географическими координатами. Узлы первого, второго и третьего типов называются магистральными и образуют магистральную сеть, а узлы четвертого типа находятся во внутренней зоне каждого магистрального узла и подчинены ему. Узлы первого типа могут сортировать мелкопартионные потоки во все магистральные узлы в зоне своего обслуживания и во все другие узлы первого типа в магистральной сети. В узлах второго и третьего типа число магистральных направлений сортировки мелкопартионных потоков ограничено числом узлов, находящихся внутри и на границе их зон обслуживания. Поэтому в магистральной сети не может быть прямого потока транспортных блоков между узлами первого типа и узлами

второго или третьего типа и наоборот, если только они не находятся в одной зоне обслуживания. В узлах четвертого типа мелкопартионные потоки не сортируются, а непосредственно отправляются в соответствующий магистральный узел.

Типы узлов и зоны их обслуживания могут задаваться проектировщиком сети или определяться в автоматизированном режиме. В любом случае решается задача выбора оптимальной структуры сети по критерию минимума приведенных затрат на ее функционирование и устанавливается состав и количество узлов каждого типа. Описание принципов и технологии обработки и распределения потоков в иерархической сети, а также описание состава и работы АИАС ППР и общую методику проектирования архитектуры таких систем можно найти в работах [1, 2].

#### **Математическая модель задачи оптимизации структуры сети и схемы сортировки потоков**

В работе [3] рассмотрена математическая модель  $NP$ -трудной обобщенной задачи упаковки и распределения потоков, в которой учтены особенности сортировки и транспортировки мелкопартионных корреспонденций в иерархической многопродуктовой сети и предложен эвристический подход к ее решению, основанный на последовательном решении более простых подзадач. Методика, позволяющая находить субоптимальное решение обобщенной задачи, описана в [4]. Обоснование выбора математической модели для решения задачи оптимизации иерархической структуры магистральной сети приведено в [5]. Следуя этой работе, запишем математическую модель в следующем виде.

Пусть  $G(N, P)$  – иерархическая магистральная сеть с множеством неориентированных дуг  $P$ ,  $p = |P|$  и множеством узлов  $N = N_1 \cup N_2 \cup N_3$ ,  $n = |N|$ , где  $N_1, N_2, N_3$  – множества узлов первого, второго и третьего типа соответственно. Узлы сети соответствуют пунктам сортировки, отправления, назначения и перегрузки потоков, а дуги – участкам дорог для транспортных

сетей или каналам связи для сетей передачи данных, связывающим узлы сети. Узлы четвертого типа явно не входят в рассматриваемую модель. Предполагается, что исходящие и входящие потоки этих узлов обрабатываются в магистральном узле внутренней сети. Задана целочисленная матрица  $A = \|a_{ij}\|_{n \times n}$ , в которой значения  $a_{ii}$  равны сумме мелкопартионных потоков корреспонденций между узлами четвертого типа внутренней сети  $i$ -го узла. Эти потоки не подлежат распределению по магистральной сети, но должны учитываться при расчете затрат на сортировку мелкопартионных потоков в узлах первого, второго и третьего типа. Принимается, что число узлов четвертого типа во внутренней сети каждого  $i$ -го узла первого, второго и третьего типа, а значит, и число направлений сортировки  $q_{in}^i$  из этих узлов на внутренние узлы четвертого типа известны и относительно постоянны. Корреспонденции  $a_{ij}$  из источников  $i$  в стоки  $j$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ,  $i \neq j$  упаковываются в транспортные блоки (контейнеры) размера  $\omega \gg a_{ij}$  и отправляются получателям. Предполагается, что при сортировке в узлах любая корреспонденция может объединяться с другими корреспонденциями только целиком.

Введем переменные  $x_{ij}$  и  $u_{ij}$ , определяющие соответственно величину потока корреспонденций из  $i$  в  $j$  в единицах измерения мелкопартионных потоков и в транспортных блоках,  $u_{ij} = \left\lceil \frac{x_{ij}}{\omega} \right\rceil$ , где знаки  $\lceil \cdot \rceil$  означают округление числа до большего целого. Обозначим  $S$  – множество пар индексов потоков  $(i, j)$ , определенное на декартовом произведении  $n \times n$ .

Требуется минимизировать функцию

$$F = \sum_{ij \in S} C_{tr}^{ij}(u_{ij}, d_{ij}) + \sum_{i=1}^n C_{sort}^i(x_i, q_i) + \sum_{i=1}^n C_{load}^i(u_i), \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n x_{ji} - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ji}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} \leq h_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Здесь  $x_{ij} = a_{ij} + \sum_{rs} a_{rs}^*$ , если корреспонденция  $a_{ij}$  не объединялась ни с какой другой корреспонденцией ( $\{a_{rs}^*\}$  – множество корреспонденций, объединенных с корреспонденцией  $a_{ij}$ ), и  $x_{ij} = 0$ , если корреспонденция  $a_{ij}$  объединялась с какой-либо другой корреспонденцией или  $i = j$ ;  $C_{tr}^{ij}(u_{ij}, d_{ij})$  – нелинейная функция транспортных затрат, зависящая от количества транспортных блоков  $u_{ij}$  и длины  $d_{ij}$  – пути их транспортировки между узлами  $i$  и  $j$ ;  $C_{sort}^i(x_i, q_i)$  – нелинейная функция затрат от суммарного объема  $x_i = a_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n (a_{ij} + a_{ji}) + \sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}$  и количества направлений сортировки  $q_i = q_{in}^i + \sum_{j=1}^n \delta_{ij}$  мелкопартионных корреспонденций, обрабатываемых в узле  $i$  ( $\delta_{ij} = 1$ , если  $x_{ij} \neq 0$ , и  $\delta_{ij} = 0$ , если  $x_{ij} = 0$ , а  $q_{in}^i$  определяет заданное количество направлений сортировки для обработки корреспонденций  $a_{ii}$ ,  $i = \overline{1, n}$ );  $C_{load}^i(u_i)$  – нелинейная функция затрат от суммарного количества транспортных блоков  $u_i = \sum_{j=1}^n (u_{ij} + u_{ji})$ , обрабатываемых в узле  $i$ ;  $h_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , – максимальная пропускная способность  $i$ -го узла по обработке транзитных мелкопартионных корреспонденций. Пропускная способность задается для транзитных потоков, так как исходящие и входящие потоки для каждого узла должны быть обработаны безусловно. Для узлов второго и третьего типа  $h_i = 0$ .

При решении задачи также учитываются ограничения на время доставки  $t_{ij} \leq T_{ij} \quad \forall ij \in S$  и число транзитных объединений  $v_{ij} \leq v_{\max} \quad \forall ij \in S$  мелкопартионных корреспонденций

при их транспортировке из узлов отправления в узлы назначения, где  $T_{ij}$  и  $v_{\max}$  – соответственно заданное время доставки мелкопартионных корреспонденций получателю и максимально допустимое число транзитных объединений корреспонденций. При расчете времени доставки используются параметры, явно не входящие в модель: заданное время на сортировку мелкопартионных потоков ( $T_a$ ) и время на транзитную перегрузку транспортных блоков в узлах сети ( $T_b$ ), средняя скорость движения транспортных средств или передачи сообщений ( $V_{av}$ ) и др.

Первая составляющая функции (1) определяет транспортные затраты, вторая – затраты на сортировку, а третья – затраты на обработку транспортных блоков. Выражения (2) и (3) представляют условия баланса и ограничения на пропускные способности узлов.

В [6, 7] предложены различные алгоритмы решения задачи (1)–(3), основанные на дискретном аналоге метода локального спуска, когда окрестности метрического пространства допустимых решений выбираются из эвристических соображений с учетом особенностей решаемой задачи, а также проведено экспериментальное сравнение их вычислительной эффективности. Для решения задачи выбора иерархической структуры магистральной сети многократно используется ее решение (1)–(3). Кроме того, решение может выполняться в двух режимах: при экспертном задании и автоматическом выборе типов и зон обслуживания узлов. При экспертном задании структура сети определяется проектировщиками на основании опыта, практических знаний и данных в базе знаний АИАС. В любом случае будет итеративно решаться задача (1)–(3) для различных составов типов узлов до тех пор, пока не будет найдена структура, при которой достигается минимум суммарных приведенных затрат на ее функционирование – минимум целевой функции (1). При решении задачи (1–3) на каждой итерации алгоритма сначала нужно распределять исходящие потоки из узлов второго и третьего типа в зональных сетях в соот-

ветствии с принципами сортировки. В [8] показано, что такая задача может быть сведена к задаче линейного программирования без учета ограничений на пропускные способности дуг и для ее решения могут быть использованы известные методы. После распределения потоков из узлов второго и третьего типа соответственно преобразовывается матрица потоков  $A$ , а в узлах первого типа, находящихся на границе зон обслуживания этих узлов, появляются транзитные потоки. Поэтому в процессе решения задачи правые части ограничений (3) для некоторых узлов первого типа будут автоматически увеличены на величину таких транзитных потоков.

Помимо структуры сети, основными результатами решения задачи есть потоковые матрицы  $X = \|x_{ij}\|_{n \times n}$  и  $U = \|u_{ij}\|_{n \times n}$  мелкопартионных корреспонденций и транспортных блоков; матрица предварительных оценок времени доставки мелкопартионных корреспонденций получателю; справочная матрица объединения мелкопартионных потоков.

Эти результаты используются как входные данные для решения задачи распределения и маршрутизации потоков транспортных блоков, которая рассматривается в работе [9]. Там же приведены ссылки на монографии и статьи, в которых можно найти обширный библиографический обзор по современным методам и алгоритмам решения дискретных задач оптимизации большой размерности. Справочная матрица объединения потоков полностью определяет схему сортировки мелкопартионных корреспонденций во всех узлах сети и адресует потоки транспортных блоков, которые будут распределены по маршрутам транспортных средств или по каналам связи. В узлах реальной транспортной сети или сети передачи данных справочная матрица используется для автоматизированного управления оборудованием, осуществляющим процессы сортировки адресных грузов, или как таблица слияния сообщений в виртуальные контейнеры.

В [5] показано, что при решении задачи выбора структуры сети ступенчатая дискретная

функция  $C_{tr}^{ij}(u_{ij}, d_{ij})$  может быть заменена на функцию удельной стоимости транспортировки потока величиной  $u_{ij}$  на расстояние  $d_{ij}$  от грузоподъемности транспортного средства или пропускной способности канала связи. Например, можно считать, что  $C_{tr}^{ij}(u_{ij}, d_{ij}) = u_{ij}(k_1^\xi + k_2^\xi d_{ij}) / w_\xi \quad \forall ij \in S$ , где  $k_1^\xi$  и  $k_2^\xi$  – заданные коэффициенты,  $w_\xi \in \{w_1, w_2, \dots, w_\alpha\}$ ,  $\xi = \overline{1, \alpha}$  – упорядоченные по возрастанию целые числа. При этом структура сети не зависит от выбора значения  $w_\xi$ , а транспортные затраты рассчитываются только ориентировочно (при заданном значении  $w_\xi$ ). Затраты на обработку транспортных блоков и значения времени доставки мелкопартионных корреспонденций получателю также рассчитываются предварительно. Реальные оценки этих затрат и фактическое время доставки могут быть получены только после решения задачи распределения и маршрутизации сформированных транспортных блоков на транспортной сети или сети передачи данных.

### Демонстрационная программа оптимизации структуры сети и схемы сортировки мелкопартионных потоков. Числовой пример проектирования сети

По существу, моделирование иерархической структуры коммуникационной сети представляет собой компьютерную технологию, состоящую из сценариев действий проектировщика и программной системы при выборе структуры, входных данных и параметров проектируемой сети. В АИАС сценарии реализованы в виде многооконного и многослойного графического интерфейса, позволяющего в картографическом виде просматривать структуру сети и ее отдельные фрагменты; исходящие и входящие потоки в узлах сети; значения всех заданных ограничений и параметров оптимизации; результаты оптимизации для различных вариантов решения задачи и др. Проектировщик в режиме диалога может изменять значения исходных данных и параметров задачи, получать множество решений и выбирать

из них наиболее подходящее. При этом он всегда может сравнить варианты решения по оценке технико-экономических показателей функционирования сети в зависимости от выбранных параметров и критериев предпочтения. Для экспериментального исследования решения задачи выбора структуры сети и схемы сортировки потоков, а также для обучения диспетчеров работе с программой разработана ее демонстрационная версия. Такая программа также включена в состав АИАС и может работать в автономном режиме, когда все необходимые входные данные генерируются датчиком псевдослучайных чисел.

На рис. 1 показана главная форма программы, в которую вводятся входные данные.

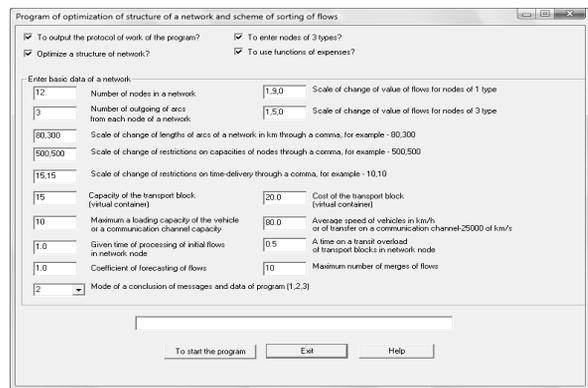


Рис. 1

В ней можно выбрать различные варианты работы программы и указать, нужно ли оптимизировать структуру сети в автоматизированном режиме или вводить типы узлов и зоны их обслуживания вручную, использовать в алгоритмах решения задачи функции затрат или нет [7]. Для изменения начальной величины потоков в процессе решения задачи может использоваться коэффициент прогнозирования потоков ( $K_p$ ), начальное значение которого по умолчанию установлено, равным единице. В нижней части главной формы расположено окно для вывода текущих сообщений программы и кнопки активизации действий.

После старта программы появляется диалоговая форма (рис. 2). На форме расположены: окно для вывода информационных сообщений и сообщений, требующих ответа; указатели учета ограничений на пропускные способности

узлов, время доставки корреспонденций получателю, изменения ключевых (критических) параметров и выбора окончательного варианта решения задачи. К ключевым параметрам относятся  $\omega$ ,  $w_{\xi}$ ,  $V_{av}$ ,  $T_a$ ,  $T_b$  и  $K_p$ . Не ключевыми параметрами есть текущее  $\nu$  и максимально допустимое  $\nu_{max}$  число транзитных объединений потоков корреспонденций, режим вывода сообщений и результатов решения задачи. Значения всех изменяемых параметров заносятся в соответствующие окна формы. Для выбора режима вывода результатов окончательного варианта решения задачи используется окно в нижней части формы.

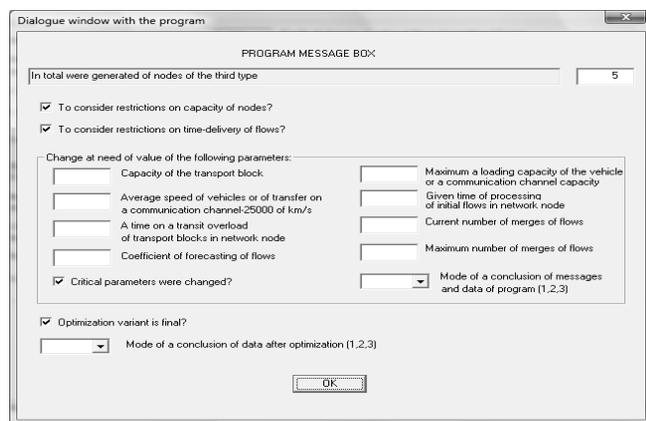


Рис. 2

Все выходные данные выводятся в два набора данных *outlopt* и *out1* и отображаются на экране компьютера с помощью системной программы *WordPad*. В форму *outlopt* выводятся выбранная структура сети и основные технико-экономические показатели ее функционирования. В форму *out1* для каждого узла сети в отредактированном виде выводится схема сортировки потоков корреспонденций и формирования потоков транспортных блоков. Если задача выбора структуры решается для транспортной сети, то в начало формы *out1* дополнительно выводятся результаты решения задачи балансировки матрицы контейнерных потоков, возникающей из-за нарушения условий баланса – равенства суммы исходящих и входящих контейнеров в отдельных узлах сети. Балансировка матрицы выполняется при решении задачи развозки порожних контейнеров [10].

## Краткое описание работы программы

После запуска программы в ручном режиме (когда в верхней части главной формы не отмечено поле *оптимизация структуры сети*, отмечено поле *вводить узлы третьего типа*, поле *использовать функции затрат* отмечено или нет) появляется сообщение о количестве сгенерированных узлов третьего типа для заданной размерности сети и предложение ввести дополнительное число узлов третьего типа. По желанию проектировщика может быть добавлено несколько таких узлов, а затем, в ответ на очередной вопрос программы, указано окончательное число узлов третьего типа, выбранных для потенциального включения в структуру сети. Далее программа запрашивает о необходимости учета ограничений на пропускные способности узлов и время доставки корреспонденций. Проектировщик отмечает флажками нужные поля, и программа начинает работу. Работа программы заключается в итеративном решении задачи (1) – (3) для нарастающих значений  $\nu \leftarrow \nu + 1$ , являющихся в данном случае радиусами окрестности поиска экстремума в алгоритмах локального спуска. Значение  $\nu$  увеличивается до тех пор, пока значения целевой функции (1) перестанут изменяться или  $\nu \leq \nu_{max}$ . В работах [6, 7] предложены две группы алгоритмов локального спуска для решения задачи (1) – (3). Первая группа алгоритмов использует заданные функции затрат  $C_{tr}^{ij}$ ,  $C_{sort}^i$  и  $C_{load}^i$ , вторая – нет. Разработка алгоритмов второй группы обоснована тем, что для реальных коммуникационных сетей сложно определить функции, достаточно адекватно характеризующие затраты на процессы обработки и транспортировки потоков корреспонденций. Эти алгоритмы ориентированы на максимальное сокращение транспортных блоков в сети, не используют в своей работе функции затрат, но полученное ими решение все равно оценивается (по заданным функциям затрат). Алгоритмы первой группы показывают лучшие результаты, но имеют высокие оценки временной сложности порядка  $O(C_1 \nu_{max} n^5)$ . Сложность алгоритмов второй груп-

пы составляет от  $O(C_2 v_{\max} n^4)$  до  $O(C_3 v_{\max} n^2)$ . В [7] экспериментально показано, что результаты решения задачи (1)–(3), полученные различными группами алгоритмов на сетях, содержащих до 500 узлов, отличаются не более чем на 2,65 процента.

После определения наилучшего решения задачи (1)–(3) программа выводит предложение просмотреть результаты всех решений (при разных значениях  $v$ ) и затем форму *out1opt*. Проанализировав полученные решения, проектировщик может выбрать наилучший вариант, отметив поле *вариант оптимизации окончательный* или перейти в диалоговое окно программы для изменения ключевых и не ключевых параметров. В случае изменения ключевых параметров необходимо отметить поле *изменение критических параметров*. Программа переходит в режим оптимизации, и процесс решения задачи повторяется с новыми значениями измененных параметров. При выборе окончательного решения появляется запрос программы о необходимости решения задачи развозки порожних контейнеров. При положительном ответе эта задача решается. На завершающем этапе программа запрашивает ввести номер режима вывода результатов, после чего выводятся формы *out1opt* и *out1* для принятого варианта решения задачи.

Если программа запускается в автоматизированном режиме выбора структуры сети, когда флажками отмечены поля оптимизация структуры сети и вводить узлы третьего типа, появляется то же сообщение о количестве сгенерированных узлов третьего типа и предложение ввести дополнительное число узлов третьего типа. После ответа проектировщика программа начинает оптимизировать структуру сети, сообщает о числе узлов второго и третьего типа, включенных в сеть, и выводит форму *out1opt* для наилучшего решения задачи. Далее появляется вопрос об окончании оптимизации, и программа выполняет все описанные действия.

### Числовой пример

Для входных данных, показанных на рис. 1, была сгенерирована датчиком псевдослучай-

ных чисел автотранспортная сеть  $G(N, P)$  с числом узлов  $n = 12$  и степенью узлов  $val = 3$ . Длины дуг изменяются в пределах от 80 до 300 км, а величина исходящих мелкопартионных потоков грузов из узлов первого типа задана в пределах от одной до девяти единиц, из узлов второго и третьего типа – в пределах от одной до пяти единиц. Приняты следующие значения ограничений и параметров: пропускные способности узлов по обработке транзита одинаковы и  $h_i = 500$ ,  $i = \overline{1, n}$  единиц мелкопартионных грузов; максимальное время доставки мелкопартионных грузов получателю одинаково для всех корреспонденций и  $T_{ij} = 15$ ,  $ij \in S$  суток; начальный размер контейнера  $\omega = 15$  единиц мелкопартионных грузов (в процессе проведения эксперимента варьировался); начальная максимальная грузоподъемность автотранспортных средств  $w_\xi = 10$  контейнеров (в процессе проведения эксперимента варьировалась); время на сортировку мелкопартионных грузов в узлах сети  $T_a = 1$  сутки; время на транзитную перегрузку контейнеров в узлах сети  $T_b = 0,5$  суток; стоимость одного контейнера  $C_{con} = 20$  (варьировалась в зависимости от  $\omega$ ); средняя скорость движения транспортных средств  $V_{av} = 80$  км/час; максимальное допустимое число транзитных объединений мелкопартионных грузов  $v_{\max} = 10$ ; режим вывода сообщений и результатов решения задачи  $Mode = 2$ .

При решении задачи рассчитывались до и после оптимизации:  $U = \sum_{ij \in S} \left\lfloor \frac{a_{ij}}{\omega} \right\rfloor$ ,  $U = \sum_{ij \in S} \left\lfloor \frac{x_{ij}}{\omega} \right\rfloor$  – общее количество транспортных блоков в сети;  $K_{av} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i} \sum_{j=1}^n x_{ij} / \left( \left\lfloor \frac{x_{ij}}{\omega} \right\rfloor \omega \right)$ ,  $\delta_i = \sum_{j=1}^n \delta_{ij}$  – средний коэффициент загрузки транспортного блока;  $N_{av} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i$  – среднее число направлений сортировки мелкопартионных корреспонден-

понденций в узле сети; значения минимального  $\min flow$  и максимального  $\max flow$  потока транспортных блоков по дуге сети. Для расчета среднегодовых приведенных затрат на обработку и транспортировку потоков использовались конкретные функции, характерные для автотранспортных предприятий.

Работа программы выполнялась в автоматизированном режиме. Для сети изначально было сгенерировано пять узлов третьего типа и дополнительно добавлено еще три узла. Сначала задача оптимизации структуры сети решалась для  $w_\xi \in \{10, 15, 20, \dots, 40, 45\}$  при неизменных значениях потоков мелкопартионных грузов и других заданных параметров. Результаты решения приведены в табл. 1. Для всех значений  $w_\xi$  была получена одна и та же структура сети, содержащая девять узлов первого типа ( $n_1 = 9$ ) и три узла второго типа ( $n_2 = 3$ ), что наряду с полученными результатами в [5] еще раз доказывает, что структура сети не зависит от изменения величины  $w_\xi$ .

В табл. 2 приведены результаты решения задачи при изменении  $\omega_\xi \in \{10, 15, 20, \dots, 40, 45\}$  и постоянных значениях остальных входных данных. Для значений  $\omega_\xi = 10, 20, 40$  все узлы сети оказались узлами первого типа, для  $\omega_\xi = 15, 25, 30, 35$  была получена структура из  $n_1 = 9$  и  $n_2 = 3$  узлов, а для  $\omega_\xi = 45$  в сеть было включено  $n_1 = 11$  и  $n_2 = 1$  узлов. Такую нестабильность результатов можно объяснить тем, что при небольшой размерности сети и заданном значении  $\omega_\xi$ , локальные минимумы  $F^*$  для различных структур сети отстоят очень близко друг от друга и от  $F_{\min}$  в том числе (табл. 3). Из табл. 3 видно, что отклонения от лучшего локального минимума составляют всего от 0,01 до 1,73 процентов. Следует ожидать, что при увеличении размерности сети локальные оптимумы будут не так близки друг к другу, и структура сети при изменении параметра  $\omega_\xi$  будет оставаться более стабильной.

Таблица 1

Значения $w_\xi, \xi = 1, 8$	$F, C_{tr}, C_{sort}, C_{load}, (y.e.), U, K_{av}, N_{av}, \min flow, \max flow$		$F_0 - F_{\min}, y.e.$	$v_{opt}$	$t_{av}, \text{сут.}$
	До оптимизации	После оптимизации			
10	374482	246705	127777	4	3,09
	279420	158215			
	66166,2	68233,4			
	28895,6	20256,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	63, 0,761, 4, 1, 5			
15	281342	194687	86655	6	3,11
	186280	107035			
	66166,2	67715,7			
	28895,6	19936,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	62, 0,731, 5, 1, 5			
20	234772	169084	65688	2	3,10
	139710	80910,0			
	66166,2	67917,5			
	28895,6	20256,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	63, 0,727, 4, 1, 5			
25	206830	152902	53928	2	3,10
	111768	64728,0			
	66166,2	67917,5			
	28895,6	20256,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	63, 0,727, 4, 1, 5			
30	188202	141038	47164	4	3,12
	93140,1	53291,9			
	66166,2	67810,1			
	28895,6	19936,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	62, 0,744, 4, 1, 4			
35	174896	133425	41471	4	3,12
	79834,4	45678,7			
	66166,2	67810,1			
	28895,6	19936,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	62, 0,744, 4, 1, 4			
40	164917	127715	37202	4	3,12
	69855,1	39968,9			
	66166,2	67810,1			
	28895,6	19936,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	62, 0,744, 4, 1, 4			
45	157155	123274	33881	4	3,12
	62093,4	35527,9			
	66166,2	67810,1			
	28895,6	19936,4			
	90, 0,476, 7, 2, 8	62, 0,744, 4, 1, 4			

В табл. 2 и 3 во втором столбце приведены результаты, полученные после распределения потоков из узлов второго типа для выбранной структуры сети. Из этих таблиц видно, что при увеличении  $w_\xi$  и  $\omega_\xi$  транспортные затраты и затраты на обработку контейнеров уменьшаются, затраты на сортировку потоков остаются практически постоянными. Адекватно изменяются и значения других параметров. Среднее время доставки грузов не превышает 3,75 суток.

Таблица 2

Значения $\omega_{\xi}, \xi = \overline{1,8}$	$F, C_{ir}, C_{sort}, C_{loads}$ (у.е.), $u_0,$ $K_{av}, N_{av}, \min flow, \max flow$		$F_0 -$ $-F_{\min}$ у.е.	$v_{opt}$	$t_{av},$ сут.
	До оптимизации	После оптимизации			
10	216071	146367	69704	2	3,18
	109421	54484,6			
	64315,9	67146,1			
	42334,4	24736,0			
	132,0,348,11,5,12	77,0,834,6,1,7			
15	164917	127715	37202	4	3,12
	69855,1	39968,9			
	66166,2	67810,1			
	28895,6	19936,4			
	90,0,476,7,2,8	62,0,744,4,1,4			
20	216071	119446	96625	3	3,48
	109421	33548,5			
	64315,9	69160,8			
	42334,4	16736,6			
	132,0,174,11,5,12	52,0,732,4,1,5			
25	164917	116444	48473	2	3,16
	69855,1	30881,1			
	66166,2	68826,6			
	28895,6	16736,7			
	90,0,285,7,2,8	52,0,567,4,1,3			
30	164917	112952	51965	5	3,35
	69855,1	28604,9			
	66166,2	69210,6			
	28895,6	15136,8			
	90,0,238,7,2,8	47,0,536,3,1,3			
35	164917	112495	52422	5	3,31
	69855,1	27861,3			
	66166,2	69496,7			
	28895,6	15136,8			
	90,0,204,7,2,8	47,0,473,3,1,3			
40	216071	110269	105802	5	3,75
	109421	25048,3			
	64315,9	71684,0			
	42334,4	13536,9			
	132,0,087,11,5,12	42,0,518,3,1,4			
45	195212	108636	86576	5	3,55
	93091,1	23971,3			
	64905,9	71447,3			
	37214,8	13216,9			
	116,0,102,9,2,11	41,0,483,3,1,3			

Решение задачи проводилось на ПК с процессором *Intel Core 2 Duo* с тактовой частотой 2,66 ГГц и оперативной памятью 2 Гб. Время выполнения программы для всех вариантов решения не превышало четырех секунд.

Программное обеспечение разработано в среде *Microsoft Developer Visual Studio* и может быть адаптировано для работы в системе параллельного программирования *Intel® Parallel Studio XE 2016*, в которую вошли последние версии компиляторов *C/C++* и *Фортран* (<https://software.intel.com/ru-ru/try-buy-tools>).

Таблица 3

Значения $\omega_{\xi}, \xi = \overline{1,8}$	$F^*$ , у.е. $v_{opt}, n_1, n_2$	$F_{\min}$ , у.е. $v_{opt}, n_1, n_2$	$F^* - F_{\min}$ , у.е. (%)
10	146534 5, 11, 1	146367 2, 12, 0	167 (0,11%)
15	129106 3, 10, 2	127715 4, 9, 3	1391 (1,09%)
20	119813 2, 9, 3	119446 3, 12, 0	367 (0,31%)
25	116585 7, 12, 0	116444 2, 9, 3	141 (0,12%)
30	114911 2, 12, 0	112952 5, 9, 3	1959 (1,73%)
35	112509 5, 11, 1	112495 5, 9, 3	14 (0,01%)
40	110488 3, 11, 1	110269 5, 12, 0	219 (0,20%)
45	109041 4, 12, 0	108636 5, 11, 1	405 (0,37%)

**Заключение.** Предложенная компьютерная технология решения задачи выбора иерархической структуры коммуникационной сети и схемы сортировки многопродуктовых мелкопартионных потоков позволяет в интерактивном режиме моделировать различные варианты сети, изменяя топологию, иерархическую структуру, потоки, параметры и ограничения модели, и из семейства полученных результатов выбирать наилучший вариант с учетом выбранной функции цели и принятых ограничений; рассчитывать предварительные технико-экономические показатели функционирования сети при прогнозных значениях потоков, оценивать стоимость дополнительных ресурсов и планировать величину потребных инвестиций на модернизацию и строительство ее структурных элементов, что в конечном итоге дает возможность повысить эффективность функционирования сети путем оптимизации использования ее ресурсов и снижения эксплуатационных затрат на обработку и транспортировку потоков.

Разработанный инструментарий может быть также использован для моделирования и оптимизации функционирования традиционных логистических производственных и транспортно-складских систем, включающих узлы поставщиков сырья, производства товаров, склады и конечных потребителей.

1. *Васянин В.А., Трофимчук А.Н.* Автоматизация процессов принятия решений в многопродуктовых ком-

- муникационных сетях с мелкопартионными дискретными потоками // Экологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. – 2010. – 5. – С. 172–213.
2. Довгий С.О., Бідюк П.І., Трофимчук О.М. Системи підтримки прийняття рішень на основі статистично-ймовірнісних методів. – К.: Логос, 2014. – 419 с.
  3. Васянин В.А. Обобщенная задача упаковки и распределения мелкопартионных потоков в многопродуктовых иерархических сетях и ее последовательная декомпозиция // Экологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. – 2012. – 11. – С. 136–154.
  4. Трофимчук А.Н., Васянин В.А. Моделирование упаковки, распределения и маршрутизации мелкопартионных потоков в многопродуктовой сети // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 4. – С. 132–146.
  5. Васянин В.А., Трофимчук А.Н. Задача выбора иерархической структуры многопродуктовой коммуникационной сети с мелкопартионными дискретными потоками // Экологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. – 2012. – 10. – С. 182–204.
  6. Васянин В.А. Сравнительная эффективность алгоритмов оптимизации упаковок в мультипоточковых сетях // Дискретные системы управления: Сб. науч. тр. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР, 1988. – С. 36–45.
  7. Трофимчук А.Н., Васянин В.А., Кузьменко В.Н. Алгоритмы оптимизации упаковок мелкопартионных корреспонденций в коммуникационных сетях // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – Т. 52. – № 2. – С. 93–106.
  8. Васянин В.А. Модели и алгоритмы распределения дискретных многопродуктовых потоков в зональных сетях иерархических структур // Экологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. – 2011. – 8. – С. 176–190.
  9. Васянин В.А. Задача распределения и маршрутизации транспортных блоков со смешанными вложениями и ее декомпозиция // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 1. – С. 144–156.
  10. Васянин В.А., Ушакова Л.П. Балансировка матрицы контейнерных потоков в задаче перевозки мелкопартионных грузов // Экологічна безпека та природокористування: Зб. наук. праць. – 2015. – 17. – С. 98–115.

Поступила 17.02.2016

Тел. для справок: +38 044 245-8797 (Киев)

E-mail: itelua@kv.ukrtel.net, archukr@meta.ua

© А.Н. Трофимчук, В.А. Васянин, 2016

UDC 004.942

A.N. Trofymchuk, V.A. Vasyanin

## A Computer Simulation of the Hierarchical Structure Communication Network with the Discrete Multicommodity Flows

**Keywords:** simulation, computer technology, multicommodity flows of correspondence, communications networks, hierarchical structures

**Introduction.** The computer technology to modeling a hierarchical structure and a flow sorting scheme in communications network are considered. The computer program is the part of the software tools of automated information and analytical decision support system (AIA DSS), which is being developed at the Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS of Ukraine. The organization principles of sorting and flows distribution in a hierarchical network are given.

**Purpose.** The research purpose is to improve the functioning of the projected communication networks at decrease expense of the scarce material, raw materials, energy, financial and human resources. The increased efficiency is achieved by using the methodology of mathematical modeling and optimization of the discrete flows processing and distribution, a set of information measures, an analytical support and an automate the decision-making procedures in the management of flows.

**Methods.** The mathematical model of the optimization network structure problem and a flow sorting scheme are given. A problem solving algorithms are based on the discrete analog of the local descent method, when the neighborhoods of a metric space of feasible solutions are selected from the heuristic considerations taking into account the peculiarities of the solved problem.

**Result.** A program of modeling a hierarchical structure of the communication network, consisting from scenarios action of the designer and the software system at selection of the structure, of input data and parameters of the designed network is presented. The program runs in an interactive mode, and allows you to calculate the basic technical and economic parameters of the network functioning while changing a topology, hierarchical structure, values of flows, and other source data, parameters and constraints of the transport model. As an example, the results of the transport network design with small lot cargo are given.

**Conclusion.** The proposed computer technology of the problem solution with the hierarchical structure of the communication network and scheme sorting of multicommodity flows, allows you to simulate various network options and from the family of received results choose the best option based on the purpose function selection and the adopted constraints. The technical and economic indicators of the network functioning at the predicted values of flow allow to estimate the cost of the additional resources and plan the magnitude of the required investment for the modernization and construction of its structural elements. Ultimately, the use of the proposed software tools for networks design makes it possible to increase the efficiency of their functioning by optimizing the use of the existing resources and reduce operating costs of the processing and transportation flows.