

УДК 519.6

Н.П. Дывак, А.В. Пукас, Т.Н. Дывак, В.И. Манжула

Макромодель распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения на основе интервального разностного оператора

Рассмотрен процесс построения математической макромодели распределения влажности в листах гипсокартона при их производстве. Проведена структурная и параметрическая идентификация разностного интервального оператора с использованием МГУА.

The process is considered of the mathematical macromodel construction for humidity distributing in the sheets of drywall during their production. A structural and parametric identification of the difference interval operator was executed with the use of GMDH.

Розглянуто процес побудови математичної макромоделі розподілу вологості в листах гіпсокартону при їх виробництві. Проведено структурну та параметричну ідентифікацію різницевого інтервального оператора з використанням МГУА.

Введение. Как известно, гипсокартон – один из наиболее распространенных материалов, широко используемый в строительстве и проведении облицовочных работ [1]. Качество строительных работ непосредственно связано с качеством гипсокартона, зависящего от его эластичности и прочности. Одной из основных характеристик, на основе которой можно установить качество гипсокартона, есть распределение влажности на конечной стадии изготовления листа – процессе сушения. Если это распределение не будет отвечать допустимому, то листы считаются бракованными. При снижении влажности относительно допустимой листы теряют эластичность и становятся хрупкими, а при ее повышении происходит отслаивание картона от гипсовой сердцевины, что также является недопустимым.

Задача обеспечения качества продукции и управления процессами при производстве требует построения математической модели распределения влажности в листе гипсокартона, в зависимости от факторов технологического процесса. Преимущественно для этих целей используют дифференциальные уравнения в частных производных с необходимостью детального описания среды, в которой происходят процессы диффузии. Для получения решения таких уравнений применяют численные методы, предварительно аппроксимируя дифференциальные уравнения разностными схемами, например, схе-

мой Кранка–Николсона [2]. Конечно, качество готовой продукции в значительной мере определяется физическими свойствами среды, такими как однородность, зависящей от качества гипса и компонент, которые своей чередой придают водно-гипсовой смеси наибольшей эластичности и однородности, а также соблюдением параметров технологического процесса при подготовке водно-гипсовой смеси. Однако концентрируя внимание на физических свойствах среды, ее неоднородности, исследователю придется существенно усложнять математическую модель, невзирая на то, что на практике проверить или сопоставить результаты моделирования с реальными данными, полученными при условиях, отвечающих условиям моделирования, невозможно. В первую очередь это связано со сложностью измерительного эксперимента и большими расходами на его проведение для значительного количества продукции.

При этих условиях целесообразно построить математическую макромодель, которая бы отображала зависимость распределения влажности в листе гипсокартона от технологических факторов на стадии его сушения. Принимая во внимание сказанное, за структуру макромодели целесообразно принять некоторую разностную схему (разностный оператор) [2]. Относительно точности макромодели: она должна определяться точностью измерения влажности и быть в пределах допустимого уровня, обес-

печивающего приемлемое качество продукции. Очевидно, что допустимые пределы относительно влажности могут быть представлены в интервальном виде, а для построения макромодели в виде разностного оператора целесообразно использовать методы анализа интервальных данных [3].

Постановка задачи параметрической идентификации

Рассмотрим задачу параметрической идентификации математической модели распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его производства со стандартными размерами: толщина 9,5 мм, длина 2500 мм и ширина 1200 мм [1].

Самый сложный этап при построении математической макромодели распределения влажности в листе гипсокартона – выбор структуры модели. Эту задачу будем решать, опираясь на идеи, заложенные в трудах А.Г. Ивахненко, а именно [4]: набор структурных элементов модели сформируем исходя из физических рассуждений; конечную структуру сформируем с применением алгоритмов самоорганизации (МГУА – подобных алгоритмов), адаптированных к критерию заданной точности [5].

Следовательно, выбор структурных элементов разностного оператора проведем на основе таких рассуждений. Анализ технологической схемы производства гипсокартона показал, что основными технологическими управляющими факторами на этой стадии есть температура в сушильной камере и скорость подачи листа [1]. При формировании структуры разностного оператора учтем, что для контроля качества готовой продукции, оценку влажности ищут на поверхности листа гипсокартона. Также считаем, что поле распределения влажности – стационарное. Анализ данных, непосредственно полученных при измерении влажности, показал, что наибольшая влажность в центре листа, а при отдалении от центра она снижается. Также наблюдается некоторый плавный характер изменения влажности в результате определенных диффузионных свойств среды. С учетом этого факта, це-

лесообразно рассматривать разностный оператор не выше второго порядка.

Структуру разностного оператора, который будет описывать стационарное поле распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения, синтезировали с использованием алгоритма самоорганизации, приведенного в работе [5]:

$$v_{i,j,k} = g_1 + g_2 \cdot v_{i-1,j,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + \bar{g}_3 \cdot v_{i,j-1,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_4 \cdot v_{i-1,j-1,k} \times (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_5 \cdot v_{i,j-2,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_6 \cdot v_{i-1,j-2,k} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) + g_7 \cdot v_{i,j-1,k} \cdot v_{i-1,j-2,k}, \quad (1)$$

где $\bar{g} = (g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7)^T$ – вектор параметров разностного оператора; $v_{i,j,k}$ – относительная влажность в точке с дискретными координатами на поверхности k -го листа гипсокартона; $u_{1,0}, u_{1,k}$ – температура в сушильной камере при заданных для тестового набора данных и при прогнозировании для k -го ее значения соответственно; $u_{2,0}, u_{2,k}$ – скорости перемещения листа в сушильной камере при заданных для тестового набора данных и при прогнозировании для k -го его значения соответственно.

Для реализации разностной схемы необходимо установить значение компонент вектора \bar{g} разностного оператора (1) таким способом, чтобы обеспечить максимальное согласование моделируемой характеристики объекта с экспериментально полученными значениями этой характеристики. Такая задача называется задачей параметрической идентификации [6].

При этом данные эксперимента представим в виде интервалов возможных значений характеристики, которая моделируется:

$$[z_{i,j,k}^-; z_{i,j,k}^+], \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

где $z_{i,j,k}^-, z_{i,j,k}^+$ – соответственно, нижняя и верхняя границы интервала возможных значений измеренной влажности в точке с дискретно заданными координатами $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$ и дискретой $k = 1, \dots, K$.

Допустим, что вектор оценок $\widehat{\bar{g}}$ параметров \bar{g} в разностном операторе (1) получен на основе анализа интервальных данных. Подставляя вектор оценок параметров $\widehat{\bar{g}}$ разностного оператора вместо вектора его истинных значений \bar{g} в выражение (2) вместе с заданными начальными интервальными значениями каждого элемента из набора $[\widehat{v}_{0,0,0}], [\widehat{v}_{-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0}], \dots, [\widehat{v}_{-1,j-1,k-1}]$ и заданными векторами входных переменных $\vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k$, получим интервальную оценку моделируемой характеристики $[\widehat{v}_{i,j,k}]$ в точках с дискретно-заданными пространственными координатами $i=1, \dots, I, j=1, \dots, J$ и на дискретах $k=1, \dots, K$:

$$\begin{aligned} & [\widehat{v}_{i,j,k}^-; \widehat{v}_{i,j,k}^+] = \widehat{g}_1 + \\ & + (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot \widehat{g}_2 \cdot [\widehat{v}_{-1,j,k}^-; \widehat{v}_{-1,j,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_3 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i,j-1,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_4 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{-1,j-1,k}^-; \widehat{v}_{-1,j-1,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_5 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i,j-2,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_6 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{-1,j-2,k}^-; \widehat{v}_{-1,j-2,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_7 \cdot [\widehat{v}_{i,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i,j-1,k}^+] \cdot [\widehat{v}_{-1,j-2,k}^-; \widehat{v}_{-1,j-2,k}^+], \quad (3) \\ & i=1, \dots, I, \quad j=1, \dots, J, \quad k=1, \dots, K. \end{aligned}$$

Следовательно, математическую модель распределения влажности в пределах допустимого уровня, обеспечивающего приемлемое качество продукции в задаче управления процессами при производстве гипсокартона, опишем разностным оператором в (3). Учитывая, что все вычисления в выражении (3) проводят с использованием интервальной арифметики, разностный оператор (3) будем называть интервальным разностным оператором (ИРО) [7].

Теперь математически сформулируем задачу параметрической идентификации ИРО на основе анализа интервальных данных.

Опираясь на требования обеспечения точности математической модели в пределах точности измерительного эксперимента и в пределах допустимого уровня, обеспечивающего приемлемое качество продукции в задаче управления

процессами при производстве гипсокартона, условия согласования экспериментальных интервальных данных (2) с данными, полученными на основе математической модели в виде разностного оператора (3), можем сформулировать в таком виде:

$$\begin{aligned} & [\widehat{v}_{i,j,k}^-; \widehat{v}_{i,j,k}^+] \subset [z_{i,j,k}^-; z_{i,j,k}^+], \quad \forall i=1, \dots, I, \\ & \forall j=1, \dots, J, \quad \forall k=1, \dots, K. \quad (4) \end{aligned}$$

Условия (4) обеспечивают получение интервальных оценок относительной влажности в пределах интервалов возможных значений, полученных экспериментально.

Подставим в выражения (4) вместо модельных интервальных оценок $[\widehat{v}_{i,j,k}^-; \widehat{v}_{i,j,k}^+]$ относительной влажности их интервальные значения, вычисленные на основе ИРО (3) с учетом заданных начальных интервальных значений каждого элемента из набора

$$\begin{aligned} & [\widehat{v}_{0,0,0}] \subseteq [z_{0,0,0}], \quad [\widehat{v}_{-1,0,0}] \subseteq [z_{-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0}] \subseteq \\ & \subseteq [z_{0,j-1,0}], \dots, [\widehat{v}_{-1,j-1,k-1}] \subseteq [z_{-1,j-1,k-1}] \quad (5) \end{aligned}$$

и заданными векторами входных переменных $\vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k$, получим:

$$\left\{ \begin{aligned} & [\widehat{v}_{0,0,0}^-; \widehat{v}_{0,0,0}^+] \subseteq [z_{0,0,0}^-; z_{0,0,0}^+], \dots \\ & \dots, [\widehat{v}_{-2,j-2,k-2}^-; \widehat{v}_{-2,j-2,k-2}^+] \subseteq [z_{-2,j-2,k-2}^-; z_{-2,j-2,k-2}^+] \\ & [\widehat{v}_{-1,j-1,k-1}] = \vec{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0}], [\widehat{v}_{-1,0,0}], \dots \\ & \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0}], \dots, [\widehat{v}_{-2,j-2,k-2}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{k-1}) \cdot \widehat{\bar{g}} \\ & z_{i,j,k}^- \leq \vec{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0}], [\widehat{v}_{0,j-1,0}], \dots \\ & \dots, [\widehat{v}_{-1,j-1,k-1}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_k) \cdot \widehat{\bar{g}} \leq z_{i,j,k}^+, \\ & i=2, \dots, I, \quad j=2, \dots, J, \quad k=2, \dots, K, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} & \vec{f}^T([\widehat{v}_{0,0,0}], [\widehat{v}_{-1,0,0}], \dots, [\widehat{v}_{0,j-1,0}], \dots \\ & \dots, [\widehat{v}_{-2,j-2,k-2}], \vec{u}_0, \dots, \vec{u}_{k-1}) \cdot \widehat{\bar{g}} = \\ & = \widehat{g}_1 + (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot \widehat{g}_2 \cdot [\widehat{v}_{-1,j,k}^-; \widehat{v}_{-1,j,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_3 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i,j-1,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_4 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{-1,j-1,k}^-; \widehat{v}_{-1,j-1,k}^+] + \\ & + \widehat{g}_5 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i,j-2,k}^+] + \end{aligned}$$

$$+ \widehat{g}_6 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i-1,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i-1,j-2,k}^+] + \\ + \widehat{g}_7 \cdot [\widehat{v}_{i,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i,j-1,k}^+] \cdot [\widehat{v}_{i-1,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i-1,j-2,k}^+].$$

Как известно, полученная система (6) есть интервальной системой нелинейных алгебраических уравнений (ИСНАУ) [8]. Следовательно, задача идентификации параметров ИРО (3) при условиях (4) – задача решения ИСНАУ в виде (6). Ее решения образуют невыпуклую область Ω .

Метод решения задачи

Учитывая, что отмеченная задача не может быть решена за заранее заданное количество итераций, такого типа задачи относят к *NP*-полным. Единственным подходом для их решения есть методы полного перебора или методы случайного поиска. Сегодня для решения задачи параметрической идентификации макромодели в виде ИРО наиболее обоснован метод случайного поиска хотя бы одного решения ИСНАУ. При этом метод поиска этого решения формулируют в виде задачи минимизации целевой функции [9]

$$\delta(\widehat{g}) \xrightarrow{\widehat{g}} \min, \quad (7)$$

где значение целевой функции $\delta(\widehat{g})$ на l -м шаге процедуры случайного поиска определяет *качество* найденной оценки параметров разностного оператора \widehat{g}_l . В работе [9] предложено качество оценки параметров разностного оператора определять количественно в виде разницы центров наиболее отдаленных между собой прогнозного и экспериментального интервалов – в случае когда они не пересекаются, и наименьшей шириной пересечения среди прогнозных и экспериментальных интервалов – для случая их пересечения. Формально эти условия запишем в таком виде:

$$\delta(\widehat{g}_l) = \max_{i=1,\dots,I, j=1,\dots,J, k=1,\dots,K} \left\{ \left| \text{mid}([\widehat{v}_{i,j,k}]_l) - \text{mid}([z_{i,j,k}]) \right| \right\}, \\ \text{если } [\widehat{v}_{i,j,k}]_l \cap [z_{i,j,k}] = \emptyset \quad \exists i=1,\dots,I, \\ \exists j=1,\dots,J, \exists k=1,\dots,K \quad (8) \\ \delta(\widehat{g}_l) = \max_{i=1,\dots,I, j=1,\dots,J, k=1,\dots,K} \left\{ \text{wid}([\widehat{v}_{i,j,k}]_l) - \text{wid}([\widehat{v}_{i,j,k}]_l \cap [z_{i,j,k}]) \right\}, \\ \text{если } [\widehat{v}_{i,j,k}]_l \cap [z_{i,j,k}] \neq \emptyset \quad \forall i=1,\dots,I,$$

$$\forall j=1,\dots,J, \forall k=1,\dots,K, \quad (9)$$

где $\text{mid}(\bullet)$ и $\text{wid}(\bullet)$ – операции определения центра и ширины интервала соответственно.

Отметим, что формула (9) определяет качество текущего приближения в случае достаточно грубой оценки вектора параметров, когда существуют дискреты, в которых прогнозный интервал не пересекается с экспериментальным [10].

Использование процедуры случайного поиска для решения задачи параметрической идентификации ИРО в виде задачи минимизации целевой функции (7) обеспечивает нахождение последовательности $\widehat{g}_1, \widehat{g}_2, \dots, \widehat{g}_l, \dots$ оценок параметров и соответствующей последовательности значений целевой функции $\delta(\widehat{g}_1), \delta(\widehat{g}_2), \dots, \delta(\widehat{g}_l)$. При этом процедуру случайного поиска необходимо организовать так, чтобы обеспечить условия уменьшения значений целевой функции $\delta(\widehat{g}_1) > \delta(\widehat{g}_2) > \dots > \delta(\widehat{g}_l) > \dots > \delta(\widehat{g}_{l=L}) = \widehat{g} \in \Omega$ за конечное и как можно меньшее количество итераций $l = L$. Заметим, что решением задачи оптимизации (7) есть вектор оценок $\widehat{g} \in \Omega$ параметров линейного ИРО (3).

В основе отмеченных вычислительных схем реализации метода параметрической идентификации ИРО лежат процедуры случайного поиска с использованием направляющего конуса [11].

Рассмотрим вычислительную схему в процедуре случайного поиска минимума целевой функции $\delta(\widehat{g})$ с использованием направляющего конуса.

На начальной итерации случайного поиска ($l = 0$) задаем начальное приближение вектора параметров ИРО \widehat{g}_0 . В окрестности этого приближения на поверхности мнимой гиперболы радиуса r , т.е. на расстоянии r от точки \widehat{g}_0 в пространстве параметров на основе равномерного закона распределения генерируем p случайных точек:

$$\widehat{g}_p = \widehat{g}_0 + r \cdot \vec{\xi}_p, \quad p = 1, \dots, P. \quad (10)$$

Среди сгенерированных точек выбираем ту, которая обеспечивает наименьшее значение целевой функции:

$$\hat{g}_1 = \arg \min_{p=1,\dots,P} (\delta(\hat{g}_0 + r \cdot \bar{\xi}_p)). \quad (11)$$

Полученная оценка вектора параметров ИРО есть приближением для следующей итерации. Дополнительно в этой процедуре вычисляем вектор памяти, определяющий успешное направление поиска:

$$\bar{w} = (\hat{g}_1 - \hat{g}_0) / r. \quad (12)$$

На следующих итерациях в пространстве параметров строим мнимый гиперконус с вершиной которая \hat{g}_l , которая будет текущей оценкой вектора параметров ИРО, с углом раскрытия ψ и осью \bar{w}_l . Этот гиперконус «отсекает» от гиперсферы с центром в точке \hat{g}_l и радиусом r некоторую поверхность. На полученной поверхности в пространстве параметров генерируем на основе равномерного закона распределения p случайных точек по формуле (10), где вектор $\bar{\xi}_p$ в данном случае вычисляется, исходя из ограничений на параметры конуса. Среди сгенерированных точек выбираем точку, обеспечивающую наименьшее значение целевой функции:

$$\hat{g}_{l+1} = \arg \min_{p=1,\dots,P} (\delta(\hat{g}_l + r \cdot \bar{\xi}_p)). \quad (13)$$

Полученная оценка вектора параметров ИРО и есть приближением для следующей $l+1$ итерации процедуры поиска. Дополнительно в этой процедуре переопределяем вектор памяти:

$$\bar{w}_{l+1} = \alpha \cdot \bar{w}_l + \beta \cdot \frac{\hat{g}_{l+1} - \hat{g}_l}{r}, \quad (14)$$

где $\alpha - (0 \leq \alpha \leq 1)$ – коэффициент забывания, а β – коэффициент интенсивности учета новой информации.

Поиск продолжается до тех пор, пока уменьшается значение целевой функции. Если же значение целевой функции не уменьшается на определенной итерации, то вместо конуса используем гиперсферу, как на начальной итерации для заданного вектора оценок параметров. Если же и дальше среди сгенерированных то-

чек невозможно найти ту, которая обеспечивает уменьшение целевой функции, то в этом случае настраиваем длину шага r , как правило, уменьшаем ее.

Дополнительно к рассмотренному методу с целью повышения его сходимости и уменьшения вычислительной сложности было предложено ввести процедуру разделения всего набора интервальных данных на основную и дополнительную части в соотношении 60 процентов на 40 [8].

Идентификация интервального разностного оператора для прогнозирования распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения

Структуру ИРО, который будет описывать стационарное поле распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения зададим в виде (1).

Результаты измерений влажности при разных режимах технологического процесса приведены в таблице. Относительная погрешность измерений в данном случае составляла $\varepsilon = 5\%$. Допустимые пределы относительной влажности на поверхности листов гипсокартона, для обеспечения производства качественной продукции, должны быть от 0,6 процентов до 0,9. В ином случае продукция отбраковывается. Диапазон разброса относительно среднего значения 0,75 процентов составляет $\pm 20\%$. Как видим, диапазон разброса намного больше по отношению к точности измерений.

В таблице использованы такие обозначения: i – дискретное значение координаты x с шагом $\Delta x = 300$ мм (первая дискрета на расстоянии 200 мм от края листа); j – дискретное значение координаты y с шагом $\Delta y = 300$ мм, исходные точки отмечены на расстоянии 150 мм от края листа.

Используя данные таблицы и известные значения погрешностей измерений $\varepsilon = 5\%$, интервальные данные $[z_{i,j,k}^-; z_{i,j,k}^+]$, $i = 0, \dots, 3$, $j = 0, \dots, 7$, $k = 0, 1$ получим из выражений $z_{i,j,k}^- = z_{i,j,k} - z_{i,j,k} \cdot \varepsilon$ и $z_{i,j,k}^+ = z_{i,j,k} + z_{i,j,k} \cdot \varepsilon$.

Таблица. Измеренные значения влажности $z_{ij,k}$ на листе гипсокартона для заданных технологических факторов

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7
$u_{1,0} = 120C^\circ, u_{2,0} = 0,25 \text{ м/мин.}$								
0	0,60	0,63	0,66	0,66	0,68	0,65	0,62	0,61
1	0,68	0,74	0,78	0,82	0,85	0,83	0,79	0,71
2	0,72	0,78	0,82	0,85	0,86	0,82	0,78	0,73
3	0,62	0,63	0,68	0,70	0,71	0,67	0,66	0,65
$u_{1,k=1} = 125C^\circ, u_{2,k=2} = 0,28 \text{ м/мин.}$								
0	0,71	0,75	0,76	0,79	0,79	0,75	0,73	0,69
1	0,76	0,80	0,87	0,91	0,96	0,94	0,89	0,82
2	0,78	0,89	0,93	0,97	0,98	0,96	0,88	0,82
3	0,73	0,75	0,78	0,79	0,8	0,77	0,76	0,71

Теперь, имея общий вид разностного оператора (1), сформулируем оптимизационную задачу в виде (7). При этом за начальные условия примем интервальные оценки измеренной влажности на листе гипсокартона при заданной температуре $u_{1,0}$ в сушильной камере для тестового набора данных и для заданной скорости $u_{2,0}$ – перемещения листа в сушильной камере для того же тестового набора (в пределах $\pm 1\%$ от значений, приведенных в первой строчке и двух столбцах таблицы).

В результате решения этой задачи методом параметрической идентификации ИРО с использованием процедуры случайного поиска на основе направляющего конуса и использованием процедуры разделения всего набора интервальных данных на основную и дополнительную части в соотношении 60 процентов на 40 получено ИРО в таком виде:

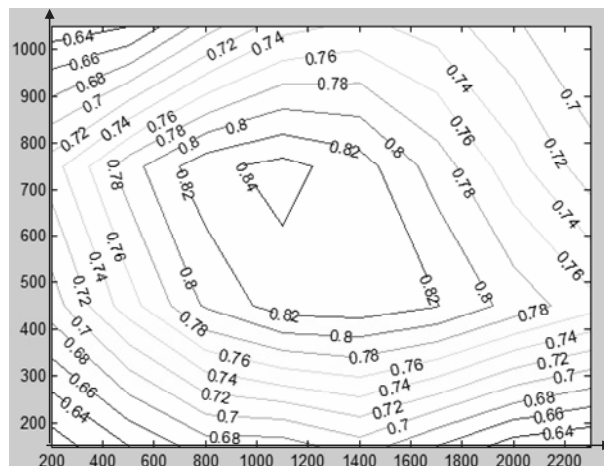
$$\begin{aligned}
 & [\widehat{v}_{i,j,k}^-; \widehat{v}_{i,j,k}^+] = \widehat{g}_1 + \\
 & + (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot \widehat{g}_2 \cdot [\widehat{v}_{i-1,j,k}^-; \widehat{v}_{i-1,j,k}^+] + \\
 & + \widehat{g}_3 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i,j-1,k}^+] + \\
 & + \widehat{g}_4 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i-1,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i-1,j-1,k}^+] + \\
 & + \widehat{g}_5 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i,j-2,k}^+] + \\
 & + \widehat{g}_6 \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i-1,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i-1,j-2,k}^+] + \\
 & + \widehat{g}_7 \cdot [\widehat{v}_{i,j-1,k}^-; \widehat{v}_{i,j-1,k}^+] \cdot [\widehat{v}_{i-1,j-2,k}^-; \widehat{v}_{i-1,j-2,k}^+], \quad (16) \\
 & i = 1, \dots, 3, j = 2, \dots, 7,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{где } (u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k}) \cdot [\widehat{v}_{i,j,k=0}^-; \widehat{v}_{i,j,k=0}^+] \subset \\
 & \subset [z_{i,j,k=0}^-; z_{i,j,k=0}^+] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & = [z_{i,j,k=0}^- - z_{i,j,k=0}^- \cdot 0,01; z_{i,j,k=0}^+ + z_{i,j,k=0}^+ \cdot 0,01], \\
 & \{i = 0, j = 0, \dots, 7\} \vee \{i = 0, \dots, 3, j = 0, \dots, 1\} - \text{за-} \\
 & \text{данные начальные условия; } \widehat{g}_1 = 0,350; \widehat{g}_2 = \\
 & = 0,079; \widehat{g}_3 = 1,082; \widehat{g}_4 = 0,189; \widehat{g}_5 = -0,447; \widehat{g}_6 = \\
 & = -0,496; \widehat{g}_7 = 0,156; \widehat{g}_8 = 0,037; \widehat{g}_9 = -0,385 - \text{по-} \\
 & \text{лученные оценки значений параметров ИРО.}
 \end{aligned}$$

С использованием модели в виде ИРО (16) проведено исследование и выбор оптимальных параметров технологического процесса производства гипсокартона на завершающей стадии, которые обеспечивали бы его влажность в заданных пределах. В результате имитационного эксперимента установлены оптимальные значения параметров технологического процесса : $u_1 = 123^\circ C$ $u_2 = 0.26$ м/мин.

На рисунке графически, с помощью линий равного уровня, представлено распределение влажности на листе гипсокартона для оптимальных технологических факторов: температура в сушильной камере ($u_1 = 123^\circ C$) и скорости перемещения листа в этой камере ($u_2 = 0,26$ м/мин),



Распределение влажности для оптимальных факторов технологического процесса

полученного на основе разностного оператора (16). По осям отложены координаты x и y . Как видим на рисунке, распределение влажности для заданных технологических факторов находятся в пределах от 0,6 процентов до 0,9. Также наблюдается повышение влажности в цен-

тре листа, который полностью отвечает физическим условиям.

Применение полученной модели делает возможным уменьшение процента брака при производстве гипсокартона и времени на настройку факторов технологического процесса.

Заключение. В статье рассмотрена в общем виде задача параметрической идентификации макромоделей в виде разностного оператора на основе анализа интервальных данных. Установлено, что отмеченная задача математически является задачей нахождения решения интервальной системы нелинейных алгебраических уравнений. Для ее решения предложен метод случайного поиска с использованием направляющего конуса и метод разделения выборки интервальных данных на основную и проверочную части. Полученные результаты подтверждены на примере идентификации макромоделей в виде интервального разностного оператора для прогнозирования распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения.

1. <http://msd.in.ua/lin-proizv-gips-karton/>
2. Кордингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ЛКИ, 2007. – 474 с.
3. Дивак М.П. Задачи математического моделирования статических систем с интервальными данными. – Тернопіль: Економічна думка, 2011. – 216 с.

4. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. – Киев: Наук. думка, 1981. – 296 с.
5. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / М.П. Дивак, І.Ф. Войтюк, Т.М. Дивак та ін. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – № 34 (110). – С. 86–94.
6. Ljung L. System identification — theory for the user // N.J.: PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1999. – 678 p.
7. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
8. Дивак М.П., Дивак Т.М. Особливості побудови інтервальної системи алгебраїчних рівнянь та методу її розв'язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора // Індуктивне моделювання складних систем: Зб. наук. праць. – Київ: МННЦІТ та С НАН та МОН України, 2009. – 1. – С. 35–43.
9. Дивак М.П., Марценюк С.О., Войтюк І.Ф. Оптимальна процедура налаштування параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи // Відбір та обробка інформації. – 2008. – 27 (103). – С. 17–23.
10. Дивак М.П., Дивак Т.М., Стахів П.Г. Дослідження цільової функції в задачах параметричної ідентифікації інтервального різницевого оператора із заданою точністю // Комп'ютинг. – 2011. – Т. 10, 2. – С. 162–171.
11. Rastrigin L.A. Adaptation of complex systems. – Riga: Zinatne, 1981. – 359 p.

E-mail: mdy@tneu.edu.ua, apu@tneu.edu.ua,
dtaras80@mail.ru, mvi@tane.edu.ua

© Н.П. Дывак, А.В. Пукас, Т.Н. Дывак, В.И. Манжула, 2013

Внимание !

**Оформление подписки для желающих
опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

В розничную продажу журнал не поступает.

Подписной индекс 71008