

С.В. Резник

О применении теории категорий в проектировании образовательных информационных систем

Описано применение теории категорий в проектировании образовательных информационных систем.

An application of the category theory in designing the educational information systems is described.

Описано застосування теорії категорій у проектуванні освітніх інформаційних систем.

Введение. Развитие информационного общества определяет ведущую роль образовательных технологий. Это одна из областей, стремительно развивающаяся в наше время. Технический прогресс обуславливает потребность в автоматизации различных процессов построения информационных образовательных ресурсов.

Специфика конкретной предметной области находит отражение в специализированных информационных системах.

Под образовательной технологической системой (*Learning Technology System – LTS*) понимается образовательная система, включающая средства ИТ-поддержки [1].

Концептуальной основой развиваемых *LTSC* (*Learning Technology Standards Committee*) решений в области унификации образовательных ИТ служит архитектура *LTS* (*Learning Technology Systems Architecture – LTSA*) [1].

В *LTSA* предусмотрены пять уровней описания *LTS* [1]:

- взаимодействие учащегося и среды (*Learner and Environment Interactions*);
- потребности учащихся и особенности процессов обучения, учитываемые при проектировании *LTS* (*Learner-Related Design Features*);
- системные компоненты (*System Components*);
- варианты воплощения и бизнес-приоритеты (*Implementation Perspectives and Priorities*);
- действующие компоненты и решения, обеспечивающие интероперабельность – способы представления данных, интерфейсы *API*, протоколы (*Operational Components and Interoperability – codings, APIs, protocols*).

Проектирование – это планирование информационной системы.

Разрабатывается общая структура будущей системы, строится каркас программы, разрабатываются структуры данных (в том числе схема базы данных).

Реализация (или программирование, кодирование) должна быть направлена на наиболее точное воплощение проекта и программных спецификаций в текст программы на языке программирования. Основные критерии – точность и надежность.

Успешное внедрение информационных технологий связано с возможностью их типизации. Конкретная информационная технология обладает комплексным составом компонентов, поэтому целесообразно определить ее структуру и состав. Ряд особенностей теории категорий позволяют говорить о том, что она может обеспечивать адекватный базис для развития теорий информационных систем [2].

Современные системы класса *LMS* несмотря на все свои достоинства и широту использования на современном этапе для поддержки предоставления учебных на базе Интернета имеют ряд недостатков. Одно из исследуемых сегодня направлений – построения фундаментального научного базиса, в основе которого лежат не только технические стандарты в области информационных технологий, но и математические подходы, в частности аппарат теории категорий. Построение такого базиса позволит создавать принципиально новые решения для построения новых поколений систем, которые возьмут лучшие принципы построения систем класса *LMS* и решения, позволяющие создавать образовательные системы нового типа, ориентированные на интеллектуальную поддержку и индивидуализацию обучения.

Постановка задачи

Рассмотрим разработку систем поддержки агрегации моделей. Покажем, что требуемая формальная система может быть создана с использованием аппарата теории категорий и топосов [3].

В основу такой формальной системы положим категорию K , объектами которой есть понятия, рассматриваемые с учетом их содержания, т.е. как совокупности свойств или отдельные свойства. Будем считать, что морфизмы категории $\mu: X \rightarrow Y$ выражают относительное присутствие объекта X в объекте Y . Если некоторое понятие представлено объектом U и понятие или свойство U_i существенно для определения присутствия или отсутствия объекта U , то категория включает морфизм $\varphi_i: U_i \rightarrow U$. Набор таких морфизмов для всех существенных свойств объекта U или для всех его составляющих образует покрытие объекта U . Если объект U_i , в свою очередь, имеет существенное свойство V , то будем считать, что композиция морфизмов $\varphi_i \circ \psi$, где $\psi: V \rightarrow U_i$ также принадлежит покрытию объекта U .

Топология формул основана на выделении в формуле F , представляющей объект, необходимой части (внутренности) LF и возможной части MF (замыкания). Оценка присутствия выражается вектором

$$\langle LF, M \neg F, MF, L \neg F \rangle,$$

значения которого интерпретируются как необходимое или возможное присутствие (отсутствии) объекта, описываемого формулой F , или противоречие [4].

Рассмотрим применение данного базиса для проектирования образовательных информационных систем.

Подход к решению задачи

Категории, используемые для представления знаний в ИС, можно представить в виде прямого произведения $K = k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$, где k_i – отдельные координатные категории, отражающие требуемые аспекты реальности: отличительные признаки объектов, их состав, состояние, размещение в пространстве параметров и в геометрическом пространстве, положение во

времени и другие. Это означает, что каждый объект категории есть многокомпонентным и предусматривается описание в отдельных локальных теориях его семантики и локализации в пространстве параметров [5].

При категорном описании сложных систем должны выполняться следующие условия [6]:

- Каждой упорядоченной паре состояний системы $(A, B) \in St\Sigma \times St\Sigma$ отвечает множество $Mor_\Sigma(A, B) \subset Mor\Sigma$ переходов (морфизмов) структуры системы из состояния A в состояние B . При этом состояния системы (объекты категории) A и B представляют собой структурированные множества элементов $a_i \in A, i = \overline{1, n}$ и $b_j \in B, j = \overline{1, m}$. Каждый переход $\alpha \in Mor_\Sigma$ это подмножество пар отношений

$$\alpha = \{(a_i, b_j) / a_i \in A, b_j \in B\} \subset A \times B.$$

Переход α принадлежит одному и только одному множеству переходов $Mor_\Sigma(A, B)$ из состояния A в состояние B , где $(A, B) \in St\Sigma$. Не исключается случай, когда множество переходов из состояния A в состояние B пусто, тогда $Mor_\Sigma(A, B) = \emptyset$ для некоторых A и B .

- Для морфизмов, как для отношений, определена операция композиции или «умножения», совпадающая с последовательным осуществлением переходов (функционированием) системы Σ из одного состояния в другое. Для каждой тройки состояний системы $A, B, C \in St\Sigma$ и переходов $\alpha: A \rightarrow B \in Mor_\Sigma(A, B), \beta: B \rightarrow C \in Mor_\Sigma(B, C)$ естественным образом вводится операция $\gamma = \alpha * \beta$ последовательного перехода системы (операция композиции или умножения отношений) из состояния A в состояние C $\alpha * \beta = \gamma: Mor_\Sigma(A, C)$. Здесь операция композиции переходов $\alpha * \beta \in Mor_\Sigma(A, C)$ – это отношение

$$\gamma = \alpha * \beta = \{(a, c) / a \in A, c \in C\} \subset A \times C$$

тогда и только тогда, когда существует элемент $b \in B$ такой, что одновременно

$$\alpha = \{(a, b) / a \in A, b \in B\} \subset A \times B \text{ и}$$

$$\beta = \{(b, c) / b \in B, c \in C\} \subset B \times C.$$

Следовательно, композиция двух переходов α и β определена только в том случае, если образ перехода α совпадает с прообразом перехода β . Это значит, что композиция переходов системы возможна только при выполнении равенства $\text{im}(\alpha) = \text{coim}(\beta)$, т.е. операция композиции условна и накладывает на систему Σ , рассматриваемую как целое, довольно серьезное ограничение. Это дополнительное ограничение теории категорий о возможности композиции морфизмов обеспечивает целостный взгляд на внутренние процессы, которые могут протекать в системе.

- Композиция переходов системы Σ ассоциативна, т.е. $(\alpha * \beta) * \gamma = \alpha * (\beta * \gamma)$ для любых $\alpha \in \text{Mor}_{\Sigma}(A, B)$, $\beta \in \text{Mor}_{\Sigma}(B, C)$, $\gamma \in \text{Mor}_{\Sigma}(C, D)$.

Ассоциативность композиции переходов означает, что переходы по разным путям должны приводить к одному и тому же состоянию системы (давать одинаковый результат).

- Для каждого состояния $A \in \text{St}\Sigma$ существует тождественный переход $\text{id}(A, A) \in \text{Mor}_{\Sigma}(A, A)$, называемый единичным, такой, что $\text{id}(A, A) * \alpha = \alpha$, $\alpha \in \text{Mor}_{\Sigma}(A, B)$ и $A, B, C \in \text{St}\Sigma$. Морфизм $\text{id}(A, A)$ – это тождественное отношение $\text{id}(A, A) = \{(a, a) / a \in A\} \subset A \times A$, сохраняющее состояние системы.

Сложная система представляется некоторой категорией, объединяющей класс объектов (класс состояний) и класс морфизмов (переходов между состояниями). Объекты категории эксплицируют состояния системы, а переходы между допустимыми состояниями представляемой системы отождествляются с морфизмами категории.

Математический аппарат теории категорий позволяет провести формализацию структуры в виде множеств морфизмов и объектов некоторой категории структурированных множеств.

У объектов разных классов в общем случае свойства различны, но некоторые из свойств или операций могут совпадать. Множество всех потенциальных объектов, которые могут удовлетворять спецификации (интенционалу) класса, является его экстенционалом. Множество

имен свойств и методов объектов класса можно определить как его схему. Таким образом, можно считать, что класс объектов – это некоторое понятие, которое имеет интенционал, экстенционал, схему, методы и может принимать и передавать сообщения.

Спецификации классов также могут рассматриваться как некоторые абстрактные объекты определекнного класса, который называется метаклассом.

Основным принципом решения сложных проблем будем считать разбиение на множество меньших независимых задач, легких для понимания и решения, а затем принцип иерархического упорядочивания – принцип организации составных частей проблемы в иерархические древовидные структуры с дополнением новых деталей на каждом уровне [7].

На стадии проектирования ИС модели расширяются, уточняются и дополняются диаграммами, отражающими структуру программного обеспечения: архитектуру ПО, структурные схемы программ и диаграммы экранных форм [8].

Реализация

Система поддержки агрегации моделей контента, разрабатываемая на базе вуза, предназначена для поддержки автоматизации рутинных работ по разработке учебных курсов в рамках преподавания дисциплины Высшая математика. Одним из преимуществ системы является возможность ведения единого репозитория, в котором собраны электронные ресурсы учебного назначения, а именно: целевые фрагменты учебного материала (основные понятия, определения, аксиомы, теоремы, доказательства, таблицы формул, графики функций, сборники задач и т.д.). Данные целевые фрагменты учебного материала – ресурсы многоразового использования. Такая коллекция в электронной форме позволяет одновременно решать две задачи. *Первая* – постоянно наращивать и актуализировать наилучшие примеры учебной практики в отдельно взятом вузе в виде коллекции электронных ресурсов и их описаний. *Вторая* – значительно ускорять процесс создания любого курса или его фрагмента без потери качества (технические или методические ошибки). Кроме того, элек-

тронная коллекция позволяет создавать фундаментальную ресурсную основу для использования других методов обучения на базе кафедры, например, проблемно-ориентированное обучение для студентов, требующих индивидуального обучения или углубленного изучения отдельной темы. Такой подход положительно влияет на качество обучения в целом, что позволяет быстро собирать и использовать любые учебные курсы, лекции, дополнительные материалы для самообучения и т.д. в рамках традиций преподавания данной дисциплины в отдельно взятом вузе.

Данная разработка проходит апробацию в Национальном университете кораблестроения имени адмирала Макарова.

Заключение. Применение теории категорий в изучении сложных систем позволяет переводить изучение внутренней структуры в изучение внешних связей.

В теории категорий рассматриваются не отдельные множества, с какой-либо структурой, а в поле зрения одновременно включаются все одинаково структурированные состояния, которые можно разделить на отдельные классы состояний, отождествив их с содержательными понятиями исследуемой системы. Это значит, что совокупность всех одинаково структурированных множеств (другими словами, множеств вместе с заданной на них аксиоматикой) составляет класс объектов категории, класс состояний системы. Аксиоматика математической структуры (отношения, топологии, законы композиции и т.д.), используемой для моделирования состояний системы и опреде-

ляющая категорию, задает семантику системы и выделяет рассматриваемую систему среди других систем.

При проектировании информационных образовательных систем математический аппарат теории категорий обеспечивает организацию управления данными и метаданными, фиксацию алгебраических языков, средства задания семантик.

1. Старых В.А., Бармаков А.И. Профиль стандартов и спецификаций информационно-образовательных сред. – <http://www.citforum.ru/consulting/articles/staryh/>
2. Мишин А.В. Представление знаний в интеллектуальных системах на основе теории категорий и топосов. – <http://www.rusnauka.com/PRNIT/Informatical-mishin%20a.v.doc.htm>
3. Ломако Е.И. Математические и понятийные средства системантики. – М.: Систем. энцикл., 2008. – 112 с.
4. Букур И., Деляну А. Введение в теорию категорий и функторов – М.: Мир, 1972. – 259 с.
5. Asperti A., Longo G. Categories types and structures. An Introduction to Category Theory for the working computer scientist. – Foundations of Computing Sries: M.I.T. Press, 1991. – 295 p.
6. Голдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики. – М.: Мир, 1983. – 488 с.
7. Цаленко М.Ш., Шульгейфер Е.Г. Основы теории категорий. – М.: Наука, 1974. – 256 с.
8. Ефремов О.В., Беляев П.С. Информационные системы в науке, образовании и бизнесе: Учебн. пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 124 с.
9. Чернышов В.Н., Чернышов А.В. Теория систем и системный анализ: Учебн. пособие. – Там же, 2008. – 96 с.

Поступила 05.02.2012
E-mail: svetlana_reznik@mail.ru
© С.В. Резник, 2012