

І.Д. Войтович, О.А. Пастух

Дослідження ефективності обробки даних у квантовому комп'ютері та їх зберігання у квантовій пам'яті

Исследована эффективность квантовых методов: сложения и умножения нечетких числовых данных, нечетких функциональных преобразований, нечетких логических выводов с \max -композиционным правилом вывода и *Larsen*-импликацией в квантовом компьютере и хранения данных в квантовой памяти.

The paper is devoted to the research of the efficiency of quantum methods: the addition and multiplication of fuzzy numerical data, fuzzy functional transformations, fuzzy logical deductions with \max -composition principle deduction and Larsen-implication in the quantum computer and storing data in the quantum memory.

Досліджено ефективність квантових методів: додавання та множення нечітких числових даних, нечітких функціональних перетворень, нечітких логічних виведень з \max -композиційним правилом виведення і *Larsen*-імплікацією у квантовому комп'ютері та зберігання даних у квантовій пам'яті.

Вступ. В останні два десятиліття швидкими темпами розвивається квантова інформатика. Великий інтерес до неї, зокрема до квантових обчислень, квантової теорії інформації, квантової криптографії викликаний надзвичайними обчислювальними можливостями квантових комп'ютерів та квантової пам'яті завдяки квантовому паралелізму та квантовій інтерференції. Їх обчислювальні можливості принципово ефективніші у порівнянні з обчислювальними можливостями найсучасніших суперкомп'ютерів, які працюють на законах класичної фізики.

Робота [1] була присвячена квантовим обчисленням, зокрема розробці квантових методів: додавання та множення нечітких числових даних, нечітких функціональних перетворень, нечітких логічних виведень з \max -композиційним правилом виведення і *Larsen*-імплікацією у квантових комп'ютерах та зберігання нечітких даних у квантових комірках пам'яті. Однак не були досліджені питання ефективності даних методів. Ця задача розглядається в даній статті.

Квантові методи обробки нечітких даних у квантових комп'ютерах

Формулювання квантових методів [1] базується на поняттях квантових нечітких множин

Ключові слова: квантовий комп'ютер, квантова пам'ять, квантовий біт, суперкомп'ютер.

[2, 3] та представленні даних у форматі квантових нечітких даних [4].

Квантовий метод 1. Операції додавання і множення \circ нечітких чисел fA_1, fA_2 з індикаторними функціями $I_{fA_1}(u_1), I_{fA_2}(u_2)$, що описуються

$$I_{fA_3=fA_1 \circ fA_2}(u_3) = \sup_{\{(u_1, u_2) \in fR=fA_1 \times fA_2: u_1 \circ u_2 = u_3\}} \{I_{fA_1}(u_1) \cdot I_{fA_2}(u_2)\},$$

можна виконати у квантовому комп'ютері на основі цих операцій \circ між квантовими нечіткими числами qfA_1, qfA_2, qfA_3 з індикаторними функціями $I_{qfA_1}(u_1) = I_{fA_1}(u_1), I_{qfA_2}(u_2) = I_{fA_2}(u_2), I_{qfA_3}(u_3) = I_{fA_3}(u_3)$, які описуються

$$I_{qfA_3=qfA_1 \circ qfA_2}(u_3) = \sup_{\{(u_1, u_2, u_3) \in qfA_1 \times qfA_2 \times qfA_3: u_1 \circ u_2 = u_3\}} \times \left| U \{ I_{qfA_1}(u_1) \cdot I_{qfA_2}(u_2) \cdot I_{qfA_3}(u_3) \} \right|,$$

де U – універсальний квантовий логічний елемент, наприклад квантовий логічний елемент Тоффолі (*Toffoli gate*), причому $I_{qfA_3}(u_3) = I_{fA_3}(u_3)$.

Квантовий метод 2. Нечітке функціональне перетворення $fA_2 = g(fA_1)$, де g – нечітке функціональне перетворення, яке задається нечітким бінарним відношенням $fR \subset U_1 \times U_2$ з індикаторною функцією $I_{fR}(u_1, u_2), fA_1$ – незалежна нечітка змінна з індикаторною функцією $I_{fA_1}(u_1)$,

що описується за допомогою індикаторних функцій $I_{f_{A_2=g(f_{A_1})}}(u_2) = \sup_{u_1} \{ I_{f_{A_1}}(u_1) \cdot I_{f_R}(u_1, u_2) \}$, можна виконати у квантовому комп'ютері на основі квантової нечіткої змінної qfA_1 з індикаторною функцією $I_{qfA_1}(\tilde{u}_1) = I_{f_{A_1}}(u_1)$, $\tilde{u}_1 = u_1$ та квантового нечіткого бінарного відношення qfR з індикаторною функцією $I_{qfR}(u_1, u_2) = I_{f_R}(u_1, u_2)$, що описується

$$I_{f_{A_2}}(u_2) = \sup_{\{(\tilde{u}_1, u_1, u_2) \in qfA_1 \times qfR: u_1 = \tilde{u}_1\}} | I_{qfA_1}(u_1) \cdot I_{qfR}(u_1, u_2) |.$$

Квантовий метод 3. Нечітке логічне виведення, яке базується на \max -композиційному правилі виведення із *Larsen*-імплікацією

$$I_{f_{B_1}}(u_2) = \max_{u_1} I_{f_{A_1}}(u_1) \cdot I_{f_{A \rightarrow B}^{Larsen}}(u_1, u_2), \quad u_1 \in U_1, \\ u_2 \in U_2, \quad (u_1, u_2) \in U_1 \times U_2,$$

де $I_{f_{A_1}}(u_1)$ – індикаторна функція нечіткої послідовності, $I_{f_{A \rightarrow B}^{Larsen}}(u_1, u_2)$ – індикаторна функція *Larsen*-імплікації, $I_{f_{B_1}}(u_2)$ – індикаторна функція нечіткого виведення, можна виконати у квантовому комп'ютері, що описується

$$I_{f_{B_1}}(u_2) = \max_{\{(\tilde{u}_1, \hat{u}_1, \hat{u}_2) \in qfA_1 \times (qfA \rightarrow qfB): \tilde{u}_1 = \hat{u}_1, \hat{u}_2 = u_2\}} \times \\ \times | I_{qfA_1}(\tilde{u}_1) \cdot I_{qfA \rightarrow qfB}(\hat{u}_1, \hat{u}_2) | = \\ = \max_{\{(\tilde{u}_1, \hat{u}_1, \hat{u}_2) \in qfA_1 \times (qfA \rightarrow qfB): \tilde{u}_1 = \hat{u}_1, \hat{u}_2 = u_2\}} \times \\ \times | I_{qfA_1}(\tilde{u}_1) \cdot I_{qfA}(\hat{u}_1) \cdot I_{qfB}(\hat{u}_2) |,$$

де $I_{qfA_1}(\tilde{u}_1)$ – індикаторна функція квантової нечіткої послідовності $qfA_1 \subset U_1$ за умови, що $I_{qfA_1}(\tilde{u}_1) = I_{f_{A_1}}(u_1)$, $\tilde{u}_1 = u_1$; $I_{qfA}(\hat{u}_1)$, $I_{qfB}(\hat{u}_2)$ – індикаторні функції квантових нечітких параметрів відповідно $qfA \subset U_1$, $qfB \subset U_2$ за умови, що $I_{qfA}(\hat{u}_1) = I_{f_A}(u_1)$, $\hat{u}_1 = u_1$, $I_{qfB}(\hat{u}_2) = I_{f_B}(u_2)$, $\hat{u}_2 = u_2$, які задають квантовий аналог *Larsen*-імплікації $qfA \rightarrow qfB \subset U_1 \times U_2$ з індикаторною функцією

$$I_{qfA \rightarrow qfB}(\hat{u}_1, \hat{u}_2) = I_{qfA}(\hat{u}_1) \cdot I_{qfB}(\hat{u}_2) = \\ = I_{f_A \rightarrow f_B}(u_1, u_2) = I_{f_A}(u_1) \cdot I_{f_B}(u_2);$$

$I_{f_{B_1}}(u_2)$ – індикаторна функція нечіткого виведення $f_{B_1} \subset U_2$.

Ефективність даних квантових методів залежить від елементної бази, яка буде використовуватися у квантових комп'ютерах та квантових комірках пам'яті в майбутньому.

Стан елементної бази квантових комп'ютерів та квантової пам'яті

На даний час найбільшого розповсюдження набули наступні напрями розвитку елементної бази для квантових комп'ютерів та квантових комірок пам'яті [5].

Рівні енергій іонів, захоплених у пастки, які утворюються у вакуумі ($\approx 10^{-8}$ Па) певною конфігурацією електричного поля в умовах лазерного охолодження їх до мікрокельвінових температур. Індивідуальне (селективне) керування ними здійснюється за допомогою дії зовнішнього резонансного електромагнітного поля інфрачервоного діапазону. Взаємодія між зарядженими іонами в однорідному ланцюгу таких пасток здійснюється за допомогою збудження їх колективного руху. Такого типу елементна база має недоліки: по-перше, існує потреба у створенні наднизьких температур (мікрокельвінового діапазону); по-друге, необхідно забезпечувати стійкість станів іонів у ланцюгу (зменшувати декогеренцію); по-третє, існує обмеженість у числі квантових біт (кубіт) $L < 40$.

Використання як квантових біт ядерних спінів атомів $s = 1/2$, що належать молекулам органічних речовин з опосередкованою скалярною взаємодією між ними, і методів ядерного магнітного резонансу (ЯМР) для керування квантовими бітами. У даний час методами ЯМР експериментально реалізовано на молекулах значну кількість квантових обчислень: в аніліні, де три кубіти – ядра вуглецю (хімічно нееквівалентні), практично реалізовано корекцію (виправлення) квантових помилок; в 2,3-дибромтіофені, де два кубіти – два ядра водню, практично реалізовано моделювання чотирирівневого гармонічного осцилятора; у трифторброметилені, де три кубіти – ядра фтору, практично реалізовано суперпозицію $(|000\rangle + |111\rangle) / \sqrt{2}$ (заплутаний стан); у трихлоретилені, де три кубіти – ядро водню та ядра вуглеців, практично реалізовано телепортатію (квантовий стан протона телепортовано

на спин одного з атомів вуглецю); у форміаті натрію, де два кубіти – ядро водню і ядро вуглецю, практично реалізовано коди для виявлення квантових помилок. Найбільший успіх рідинної елементної бази з використанням методів ЯМР полягає у практичній реалізації семикубітного квантового комп'ютера, на якому експериментально реалізовано квантові алгоритми П. Шора, Л. Гровера та ін. Однак такого типу елементна база також має недоліки: по-перше, вихідний квантовий стан кубіт є змішаним, що потребує використання не унітарних операцій для приготування початкового стану; по-друге, вимірювальний вихідний сигнал експоненційно зменшується з ростом числа кубіт L , що викликає потребу експоненціального зростання чутливості вимірювальних пристроїв; по-третє, кількість ядерних спінів кубіт L в окремій молекулі з достатньо різними резонансними частотами обмежена; по-четверте, одно- та двокубітні квантові операції є відносно повільними.

Використання як квантових біт зарядових станів куперівських пар у квантових точках, зв'язаних з переходами Джозефсона. Нажаль, такого типу елементна база також має недоліки: по-перше, існує проблема забезпечення стійкості квантових станів кубіт; по-друге, існує проблема зменшення декогеренції.

Звичайно, наведений перелік типів елементних баз для практичної реалізації квантових комп'ютерів та квантових комірок пам'яті є далеко не повним, оскільки постійно з'являються інші підходи до розробки нових типів елементних баз. Наприклад, на основі оптичних фотонів, квантової електродинаміки в оптичних резонаторах, електронів, що плавають на поверхні рідкого гелію, систем двох одновимірних квантових каналів для електронних хвиль, ядерних спінів у двовимірному електронному газі в умовах квантового ефекту Холла та ін.

Який саме тип елементної бази буде використовуватися для квантових комп'ютерів та квантових комірок пам'яті у майбутньому, сьогодні однозначно не відомо. Однак у будь-якому випадку елементна база має задовольняти умови: кількість кубіт для економічної доціль-

ності має бути більше або дорівнювати 10^3 ; повинна існувати можливість селективно здійснювати квантові логічні операції над кожним окремим кубітом і довільною парою кубітів; можливість забезпечення приготування початкового стану; час декогеренції має в $10^4 - 10^5$ разів перевищувати час однієї квантової логічної операції; має існувати можливість квантової корекції помилок, забезпечуватися висока надійність вимірювання вихідних даних.

У роботі [5] автори вважають, що найбільш перспективними є наступні елементні бази: НВЧ-резонатори ($\tau \approx 10^{-4}$ с – оцінка часу виконання операції квантовим логічним елементом); квантові точки ($\tau \approx 10^{-9}$ с); іонні пастки, оптичні резонатори, електрони- Au ($\tau \approx 10^{-14}$ с); твердотільна напівпровідникова елементна база на ядерних спінах Б. Кейна [6] ($\tau \approx 10^{-8}$ с). Тому їх вибрано для оцінювання витрат часу на виконання у квантових комп'ютерах зазначених квантових операцій.

Серед наведених елементних баз пріоритетною з технологічних міркувань є твердотільна напівпровідникова елементна база на ядерних спінах Б. Кейна, оскільки більшість існуючих виробництв мікро- та наноелектронних пристроїв спрямовано на роботу з напівпровідниками. Крім того, в основу даної елементної бази покладено добре напрацьовані методи ЯМР та методи фізики твердого тіла. Тому їх вибрано для оцінювання витрат енергії ($0,3 \cdot 10^{-19}$ Дж – оцінка витрат енергії для виконання операції квантовим логічним елементом) на виконання у квантових комп'ютерах зазначених квантових операцій.

Дослідження ефективності квантових методів

Такі дослідження для квантових комп'ютерів здійснюються на основі порівняння виконання їх класичних аналогів на «ідеалізованій» моделі суперкомп'ютера *Jaguar* (Національний центр комп'ютерних досліджень в м. Окриджі, штат Теннесі, США; число процесорних ядер 224162, пікова продуктивність 2276 *Tflops*, середня тактова частота 2,2 ГГц, оперативна пам'ять 353,2 ТБ, дискова пам'ять 10 ПБ $\approx 10^{16}$ Б),

першого номера у рейтингу Top500 суперкомп'ютерів. В основі елементної бази 224162 процесорних ядер можна розглядати декілька найкращих реалізацій логік: емітерно-зв'язану логіку (ЕЗЛ, *emitter-coupled logic or ECL*), емітерно-емітерно-зв'язану логіку (E^2 ЗЛ, *emitter-emitter-coupled logic or EECL*), малосигнальну емітерно-зв'язану логіку (МЕЗЛ, *small-signal emitter-coupled logic or SSEL*) та комплементарну метал-оксид напівпровідникову логіку (КМОН, *complementary metal-oxide semiconductor logic or CMOS*) (витрати часу спрацювання базових логічних елементів яких складають відповідно $2 \cdot 10^{-9}$ с, $0,7 \cdot 10^{-9}$ с, $0,7 \cdot 10^{-9}$ с, $3 \cdot 10^{-8}$ с; витрати споживаних потужностей становлять відповідно $25 \cdot 10^{-3}$ Вт, $5 \cdot 10^{-3}$ Вт, $0,2 \cdot 10^{-6}$ Вт; енергій відповідно $5 \cdot 10^{-11}$ Дж, $3,5 \cdot 10^{-12}$ Дж, $3,5 \cdot 10^{-12}$ Дж, 10^{-14} Дж). Оскільки найшвидкодійними є E^2 ЗЛ та МЕЗЛ-типи логік, то при оцінюванні витрат часу суперкомп'ютера доречно розглядати їх. Найменші витрати енергії відповідають КМОН-типу логіки, тому для оцінювання витрат енергії суперкомп'ютера доречно розглянути КМОН-тип логіки.

Для квантового комп'ютера розглядається 64-кубітний квантовий регістр та 64-кубітна квантова пам'ять.

Порівнюються оцінки витрат часу та витрат енергії для виконання даних квантових операцій у квантовому комп'ютері, квантові біти якого можуть бути реалізовані на різних елементних базах з відповідними оцінками витрат часу та енергії для виконання їх класичних аналогів на зазначеній моделі суперкомп'ютера *Jaguar*, процесорні ядра якого використовують напівпровідникові типи логік.

Порівнюються оцінки витрат ресурсів пам'яті для зберігання нечітких даних у квантових комірках пам'яті з їх зберіганням у класичних комірках пам'яті.

Дослідження ефективності квантових методів додавання та множення нечітких даних у квантовому комп'ютері. Для арифметичних операцій додавання та множення нечітких числових даних fA з індикаторною функцією $I_{fA}(a_n)$ та fB з індикаторною функцією

$I_{fB}(b_n)$, $n = \overline{1, N}$ у суперкомп'ютері та квантовому комп'ютері кожне із значень $a_n, b_n, I_{fA}(a_n), I_{fB}(b_n)$ розглядається як двійкове число розміром 64 біти. З ростом вхідних даних, що описуються біжучим значенням індексу n від одиниці до N , вони оптимально (в розумінні часового критерію) розпаралелюються відповідно по процесорних ядрах суперкомп'ютера, тобто додавання $a_1 \oplus_2 b_1$ виконується у першому процесорному ядрі, додавання $a_1 \oplus_2 b_2$ виконується у другому процесорному ядрі, додавання $a_1 \oplus_2 b_N$ виконується у N -му процесорному ядрі; тоді у кожному наступному процесорному ядрі виконуються $a_2 \oplus_2 b_1, a_2 \oplus_2 b_2, \dots, a_2 \oplus_2 b_N, \dots; a_N \oplus_2 b_1, a_N \oplus_2 b_2, \dots, a_N \oplus_2 b_N$, а також відповідні множення значень індикаторних функцій $I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_N); I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots; \dots, I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_N); \dots; I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_N)$.

Аналогічна ситуація виникає при організації обчислювального процесу множення нечітких числових даних, лише за однієї відмінності: по процесорних ядрах розпаралелюються відповідні операції множення. Множення $a_1 \otimes_2 b_1$ виконується у першому процесорному ядрі, множення $a_1 \otimes_2 b_2$ – у другому процесорному ядрі, ..., множення $a_1 \otimes_2 b_N$ – у N -му процесорному ядрі. Тоді у кожному наступному процесорному ядрі виконуються: $a_2 \otimes_2 b_1, a_2 \otimes_2 b_2, \dots, a_2 \otimes_2 b_N, \dots; a_N \otimes_2 b_1, a_N \otimes_2 b_2, \dots, a_N \otimes_2 b_N; I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_N); I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots; I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_N); \dots; I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_N)$. Отже, при додаванні нечітких числових даних fA з $I_{fA}(a_n)$ та fB з $I_{fB}(b_n)$, $n = \overline{1, N}$ над 64-бітними двійковими числами виконується N^2 операцій додавання та N^2 операцій множення.

Тож, з точністю до константи, поки зберігається співвідношення,

$$N^2 \leq K, \quad (1)$$

де N – об’єм вхідних даних, K – кількість процесорних ядер суперкомп’ютера; процесорних ядер суперкомп’ютера достатньо, щоб розпаралелювати відповідні арифметичні операції. Тому обчислювальна складність за часовим критерієм для суперкомп’ютера зображується оцінками сигнальних функцій $t(n)$, які у даному проміжку своєї області визначення дорівнюють const .

У даній статті розглядається модель суперкомп’ютера *Jaguar*, кількість процесорних ядер якого становить $K = 224162$. Тому відповідно до нерівності (1), записаної з точністю до константи, оцінки сигнальних функцій $t(n)$, що зображатимуть витрати часу суперкомп’ютера *Jaguar*, будуть дорівнювати відповідним константам при $n = 1, \sqrt{224162} \approx 473$.

У квантовому комп’ютері одночасно виконується два сімейства паралельних обчислювальних процесів:

- для операції додавання завдяки квантовій суперпозиції одночасно виконуються додавання $a_i \oplus_2 b_j$, $i, j = \overline{1, N}$ та завдяки тензорному добутку при синтезі з кожного окремого кубіта 64-кубітного квантового регістру – множення $I_{JA}(a_i) \otimes_2 I_{JB}(b_j)$, $i, j = \overline{1, N}$;

- для операції множення завдяки квантовій суперпозиції одночасно виконуються множення $a_i \otimes_2 b_j$, $i, j = \overline{1, N}$ та завдяки тензорному добутку при синтезі з кожного окремого кубіта 64-кубітного квантового регістру – множення $I_{JA}(a_i) \otimes_2 I_{JB}(b_j)$, $i, j = \overline{1, N}$.

На рис. 1,а,б наведено оцінки $t(n)$ у вигляді сигнальних функцій витрат часу (для виконання операції додавання або множення): $t_{E^2ЗЛ}(n)$ – суперкомп’ютера, процесорні ядра якого використовують $E^2ЗЛ$ -тип логіки, $t_{МЕЗЛ}(n)$ – $МЕЗЛ$ -тип логіки, $t1_{qf}(n)$ – квантового комп’ютера, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном, $t2_{qf}(n)$ – квантові біти виконані на НВЧ-резонаторах.

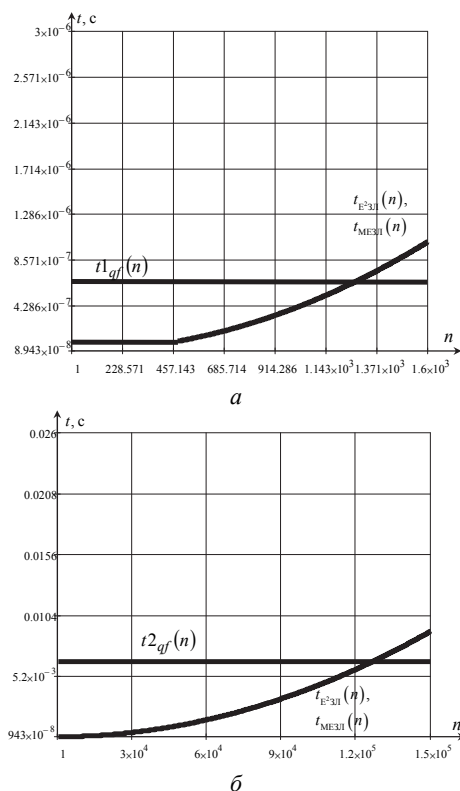


Рис. 1. Порівняння оцінок витрат часу суперкомп’ютера відповідно до $E^2ЗЛ$ -, $МЕЗЛ$ -типами логік процесорних ядер з квантовим комп’ютером, квантові біти якого виконано на: а – твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном; б – НВЧ-резонаторах

На рис. 1,а бачимо, що при $n \leq 1,25 \cdot 10^3$ ефективність суперкомп’ютера з $E^2ЗЛ$ - або $МЕЗЛ$ -типами логік процесорних ядер є більшою за ефективність квантового комп’ютера, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном. І навпаки, при $n > 1,25 \cdot 10^3$ ефективність квантового комп’ютера є більшою за ефективність суперкомп’ютера.

На рис. 1,б показано, що при $n \leq 1,35 \cdot 10^5$ ефективність суперкомп’ютера з $E^2ЗЛ$ - або $МЕЗЛ$ -типами логік процесорних ядер є більшою за ефективність квантового комп’ютера, квантові біти якого виконано на НВЧ-резонаторах. Навпаки, при $n > 1,35 \cdot 10^5$ ефективність квантового комп’ютера є більшою за ефективність суперкомп’ютера.

На рис. 2,а,б наведено оцінки витрат часу (для виконання даних операцій): $t_{E^2ЗЛ}(n)$ – суперкомп’ютера, процесорні ядра якого використо-

вують $E^2ЗЛ$ -тип логіки, $t_{МЕЗЛ}(n)$ – МЕЗЛ-тип логіки, $t3_{qf}(n)$ – квантового комп'ютера, квантові біти якого виконано на квантових точках, $t4_{qf}(n)$ – квантові біти виконано на іонних пастках, оптичних резонаторах або електронах- Au .

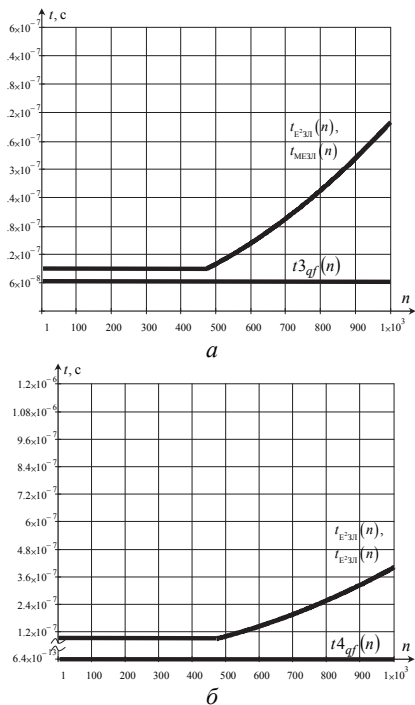


Рис. 2. Порівняння оцінок витрат часу суперкомп'ютера відповідно з $E^2ЗЛ$ -, МЕЗЛ-типами логік процесорних ядер з квантовим комп'ютером, квантові біти якого виконано на: а – квантових точках; б – іонних пастках, оптичних резонаторах або електронах- Au

На рис. 2,б показано, що значення сигнальних функцій $t_{E^2ЗЛ}(n)$ та $t_{МЕЗЛ}(n)$, які зображають оцінки витрат часу для суперкомп'ютера відповідно з $E^2ЗЛ$ - або МЕЗЛ-типами логік процесорних ядер, приблизно на шість порядків більші, ніж значення сигнальної функції $t4_{qf}(n)$, яка відображає оцінку витрат часу для квантового комп'ютера, коли квантові біти виконано на іонних пастках, оптичних резонаторах або електронів- Au . З даного результату можна зробити висновок про доцільність переходу до нових технологій виготовлення квантових біт на іонних пастках, оптичних резонаторах або електронах- Au для квантових комп'ютерів за умови, коли фізично буде реалізовано їх ансамбль з $\geq 10^3$ квантових біт.

Збільшуючи масштаб по вісі ординат в околі значень оцінок сигнальних функцій $t1_{qf}(n)$, $t2_{qf}(n)$, $t3_{qf}(n)$, $t4_{qf}(n)$, наведених на рис. 1 та 2, бачимо, що вони набудуть вигляду неспадних кусково-постійних функцій з приростами Δt відповідно $\approx 6,5 \cdot 10^{-7}$ с, $\approx 6,5 \cdot 10^{-3}$ с, $\approx 7,4 \cdot 10^{-8}$ с, $\approx 6,4 \cdot 10^{-13}$ с. Загальний вигляд їх наведено на рис. 3.

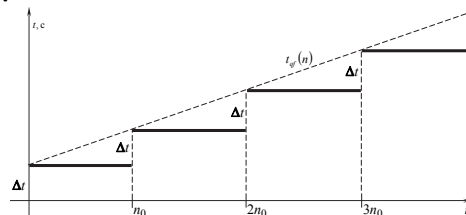


Рис. 3. Загальний вигляд оцінок витрат часу для квантового комп'ютера з різними типами елементних баз квантових біт

Це обґрунтовано тим, що квантові біти 64-кубітного квантового регістру розподіляються між операндами fA , fB , fC , ($fA + fB = fC$ або відповідно $fA \cdot fB = fC$). У випадку 64-кубітного квантового регістру квантового комп'ютера кожен із операндів може, наприклад, використовувати по 16 квантових біт. Тоді $n_0 = 2^{16} = 65536$ (рис. 3).

Тобто, у квантовому регістрі одночасно виконується два сімейства обчислювальних процесів: $a_i \oplus_2 b_j$, $i = \overline{1, n_0}$, $j = \overline{1, n_0}$ (або відповідно $a_i \otimes_2 b_j$, $i = \overline{1, n_0}$, $j = \overline{1, n_0}$) та $I_{fA}(a_i) \otimes_2 I_{fB}(b_j)$, $i = \overline{1, n_0}$, $j = \overline{1, n_0}$. Якщо здійснити інший розподіл квантових біт між операндами, то й n_0 набуде іншого значення.

На рис. 3 видно, що точною нижньою границею верхніх асимптотичних оцінок для всіх $t1_{qf}(n)$, $t2_{qf}(n)$, $t3_{qf}(n)$, $t4_{qf}(n)$ є лінійна функція. Тобто $\inf \{O_i(\cdot)\} = O_i^q(n)$. Для суперкомп'ютера асимптотична оцінка часової складності описується як $O_i(n^2)$.

Отже, з порівняння $O_i^q(n)$ та $O_i(n^2)$ видно, що існує квадратичне прискорення у часі, яке є кількісним алгоритмічним критерієм ефективності квантових методів додавання і множення нечітких числових даних у квантовому комп'ютері.

З якісної оцінки фізичної сутності обчислювальних процесів, що реалізують дані квантові методи у квантовому комп'ютері, які використовують квантовий паралелізм, та класичної фі-

зичної сутності обчислювальних процесів, що реалізують їх класичні аналоги у суперкомп'ютері, якому не властивий квантовий паралелізм, впливає, що значення колмогорівської міри алгоритмічної складності опису обчислювальних процесів у квантовому комп'ютері є меншим за значення цієї міри обчислювальних процесів у суперкомп'ютері.

За традукцією, виходячи з квадратично менших витрат часу в квантовому комп'ютері порівняно з суперкомп'ютером при виконанні операцій додавання та множення над нечіткими числовими даними впливає квадратичне зменшення витрат енергії. Також це обумовлено квантовим паралелізмом і атомним рівнем обчислювальних процесів у квантовому комп'ютері. Отже, асимптотична оцінка витрат енергії для квантового комп'ютера описується як $O_E^q(n)$, а для суперкомп'ютера – як $O_E(n^2)$.

На рис. 4 наведено оцінки витрат енергії (для виконання операції додавання або множення): $E_{\text{КМОН}}(n)$ – суперкомп'ютера, процесорні ядра якого використовують КМОН-тип логіки, $E_{\text{qf}}(n)$ – квантового комп'ютера, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном.

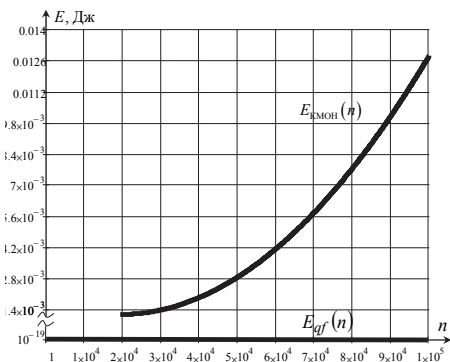


Рис. 4. Порівняння оцінок витрат енергії суперкомп'ютера з КМОН-типом логіки процесорних ядер із квантовим комп'ютером, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном

З рис. 4 видно, що за енергетичним критерієм квантовий комп'ютер є на багато порядків ефективнішим за суперкомп'ютер, незалежно від типу логіки процесорних ядер.

При збільшенні масштабу по вісі ординат на рис. 4 оцінка $E_{\text{qf}}(n)$ набуде вигляду неспадної кусково-постійної функції (рис. 5).

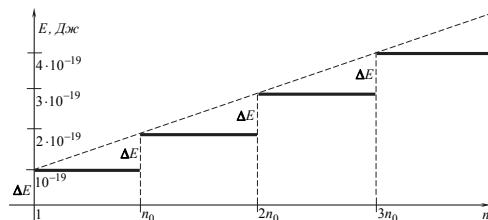


Рис. 5. Загальний вигляд оцінки витрат енергії для квантового комп'ютера

Дослідження ефективності квантових методів нечіткого функціонального перетворення та нечіткого логічного виведення з тах-• композиційним правилом виведення і Larsen-імплікацією у квантовому комп'ютері.

Порівняльний аналіз витрат ресурсів часу та енергії суперкомп'ютера з квантовим комп'ютером для виконання нечіткого функціонального перетворення над нечіткими числовими даними та нечіткого логічного виведення, що базується на тах-• композиційному правилі виведення із Larsen-імплікацією, здійснюється аналогічно. В обох випадках нечіткі бінарні відношення, що задають нечітке функціональне перетворення та нечітку імплікацію Larsen, синтезуються з унарних нечітких відношень шляхом перемноження їх індикаторних функцій. Крім того, нечітке функціональне перетворення нечітких числових даних та логічне виведення, що базується на тах-• композиційному правилі виведення із Larsen-імплікацією, здійснюються шляхом алгебраїчного множення значень індикаторної функції: у першому випадку – нечіткого аргументу, у другому – нечіткого посилення на значення індикаторної функції відповідних нечітких бінарних відношень (у даному контексті sup та тах є математично еквівалентними позначеннями).

Для оцінювання витрат часу та енергії вибрано, як приклад, нечітке бінарне відношення fR з індикаторною функцією $I_{fR}(n, m)$, де $n = 1, 2^{20} = 1048576$, $m = 1, 2^{20} = 1048576$, з 64-бітним кодуванням значень $I_{fR}(n, m)$, що дорівнює розрядності шин даних процесорних ядер

суперкомп'ютера. Дане нечітке бінарне відношення можна розглядати як відношення, що задає нечітке функціональне перетворення або імплікацію *Larsen*. За вхідні дані взято нечітке унарне відношення fA з індикаторною функцією $I_{fA}(n)$, $n=1,2^{20}=1048576$, аналогічно з 64-бітним кодуванням значень $I_{fA}(n)$. Дане нечітке унарне відношення можна розглядати як значення лінгвістичної змінної у випадку нечіткого функціонального перетворення або значення нечіткого посилення у випадку нечіткого логічного виведення.

Для квантового комп'ютера з 64-кубітним квантовим регістром 20 квантових біт виділяється для кодування значень n та 20 квантових біт – для кодування значень m , а їх квантові амплітуди разом у сукупності для кодування матриці значень $I_{fR}(n, m)$ розміру $n \times m$. Квантові амплітуди 20-тиківантових біт виділяються для кодування значень $I_{fA}(n)$.

З ростом n витрати часу на виконання нечіткого функціонального перетворення або зазначеного виду нечіткого логічного виведення для суперкомп'ютера зростають лінійно, тобто асимптотична оцінка часової складності має вигляд $O_i(n)$.

У випадку квантового комп'ютера завдяки квантовому паралелізму водночас з експоненціальним зростанням кількості неперервних значень квантових амплітуд при лінійному зростанні кількості квантових біт із ростом n витрати часу на виконання нечіткого функціонального перетворення або зазначеного виду нечіткого логічного виведення зростають логарифмічно. Асимптотична оцінка часової складності має вигляд $O_i^q(\log_2 n)$.

З порівняння асимптотичних оцінок часової складності $O_i(n)$ суперкомп'ютера та $O_i^q(\log_2 n)$ квантового комп'ютера видно, що існує логарифмічне прискорення у часі, яке є кількісним алгоритмічним критерієм ефективності квантових методів для реалізації нечіткого функціонального перетворення та нечіткого логічного виведення, що базується на *max-•* композицій-

ному правилі виведення із *Larsen*-імплікацією у квантовому комп'ютері.

На рис. 6,а, б наведено оцінки $\tilde{t}(n)$ у вигляді сигнальних функцій витрат часу (для виконання нечіткого функціонального перетворення або нечіткого логічного виведення, що базується на *max-•* композиційному правилі виведення із *Larsen*-імплікацією): $\tilde{t}_{E^2ЗЛ}(n)$ – суперкомп'ютера, процесорні ядра якого використовують $E^2ЗЛ$ -тип логіки, $\tilde{t}_{МЕЗЛ}(n)$ – МЕЗЛ-тип логіки, $\tilde{t}_{1_{qf}}(n)$ – квантового комп'ютера, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном, $\tilde{t}_{2_{qf}}(n)$ – квантові біти виконано на НВЧ-резонаторах.

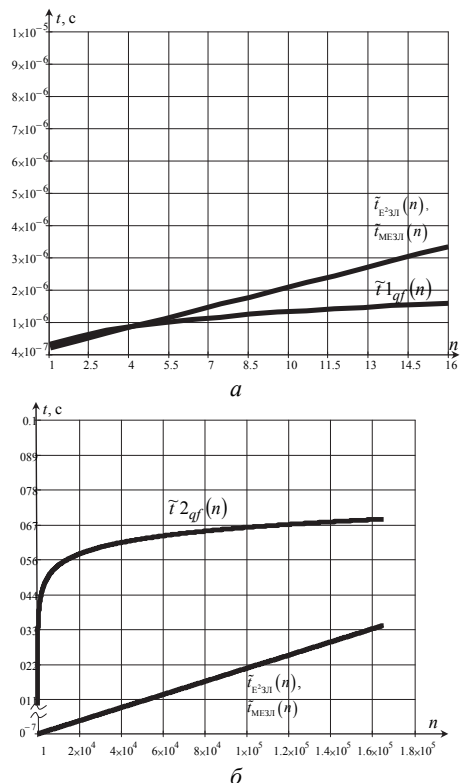


Рис. 6. Порівняння оцінок витрат часу суперкомп'ютера відповідно до $E^2ЗЛ$ -, МЕЗЛ-типами логік процесорних ядер з квантовим комп'ютером, квантові біти якого виконано на: а – твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном; б – НВЧ-резонаторах

З рис. 6,а видно, що при $n \leq 4$ ефективність суперкомп'ютера з $E^2ЗЛ$ - або МЕЗЛ-типами логік процесорних ядер є більшою за ефективність квантового комп'ютера, квантові біти яко-

го виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном. При $n > 4$, навпаки, ефективність квантового комп'ютера є більшою.

З рис. 6,б видно, що сигнальні функції $\tilde{t}_{E^2ЗЛ}(n)$ та $\tilde{t}_{МЕЗЛ}(n)$ є лінійними, а $\tilde{t}_{2_{qf}}(n)$ є логарифмічною функцією. Тобто існує таке значення $n = N_0$, що при $n \leq N_0$ ефективність суперкомп'ютера з $E^2ЗЛ$ - або $МЕЗЛ$ -типами логік процесорних ядер є більшою (а при $n > N_0$ – меншою) за ефективність квантового комп'ютера, квантові біти якого виконано на НВЧ-резонаторах.

На рис. 7,а,б наведено оцінки витрат часу (для виконання нечіткого функціонального перетворення або нечіткого логічного виведення, що базується на \max -композиційному правилі виведення із *Larsen*-імплікацією): $\tilde{t}_{E^2ЗЛ}(n)$ – суперкомп'ютера, процесорні ядра якого використовують $E^2ЗЛ$ -тип логіки, $\tilde{t}_{МЕЗЛ}(n)$ – $МЕЗЛ$ -тип логіки, $\tilde{t}_{3_{qf}}(n)$ – квантового комп'ютера, квантові біти якого виконано на квантових точках, $\tilde{t}_{4_{qf}}(n)$ – квантові біти виконано на іонних пастках або оптичних резонаторах, або електронах-*Au*.

З рис. 7,б видно, що значення сигнальних функцій $\tilde{t}_{E^2ЗЛ}(n)$ та $\tilde{t}_{МЕЗЛ}(n)$, які відображають оцінки витрат часу для суперкомп'ютера відповідно з $E^2ЗЛ$ - або $МЕЗЛ$ -типами логік процесорних ядер на приблизно шість порядків більші значень сигнальної функції $\tilde{t}_{4_{qf}}(n)$, яка відображає оцінку витрат часу для квантового комп'ютера, коли квантові біти виконано на іонних пастках або оптичних резонаторах, або електронах-*Au*. З даного результату можна зробити висновок про доцільність переходу до нових технологій виготовлення квантових біт на іонних пастках або оптичних резонаторах, або електронах-*Au* для квантових комп'ютерів за умови, коли фізично буде реалізовано ансамбль із $\geq 10^3$ квантових біт.

При збільшенні масштабу по вісі ординат в околі значень оцінки сигнальної функції $\tilde{t}_{4_{qf}}(n)$ (рис. 7,б) вона набуде вигляду логариф-

мічної функції. Загальний вигляд наведено на рис. 8.

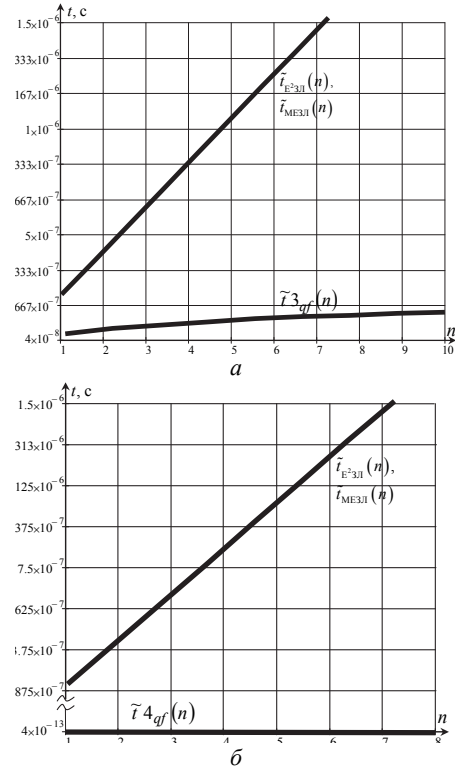


Рис. 7. Порівняння оцінок витрат часу суперкомп'ютера відповідно з $E^2ЗЛ$ -, $МЕЗЛ$ -типами логік процесорних ядер з квантовим комп'ютером, квантові біти якого виконано на: а – квантових точках; б – іонних пастках або оптичних резонаторах, або електронах-*Au*

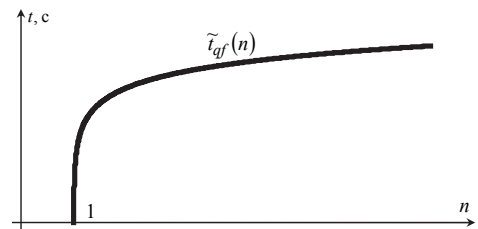


Рис. 8. Загальний вигляд оцінок витрат часу для квантового комп'ютера

На рис. 9 наведено оцінки витрат енергії для виконання нечіткого функціонального перетворення або нечіткого логічного виведення, що базується на \max -композиційному правилі виведення із *Larsen*-імплікацією: $\tilde{E}_{КМОН}(n)$ – суперкомп'ютера, процесорні ядра якого використовують $КМОН$ -тип логіки, $\tilde{E}_{qf}(n)$ – квантового комп'ютера, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном.

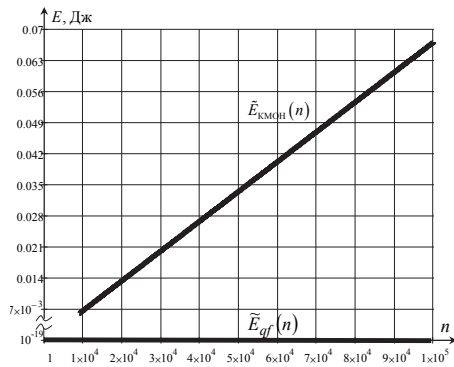


Рис. 9. Порівняння оцінок витрат енергії суперкомп'ютера з КМОН-типом логіки процесорних ядер із квантовим комп'ютером, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном

При збільшенні масштабу по вісі ординат на рис. 9 оцінка $\tilde{E}_{кв}(n)$ набуде вигляду логарифмічної функції (рис. 10).

З рис. 9 видно, що за енергетичним критерієм квантовий комп'ютер є на багато порядків ефективнішим за суперкомп'ютер.

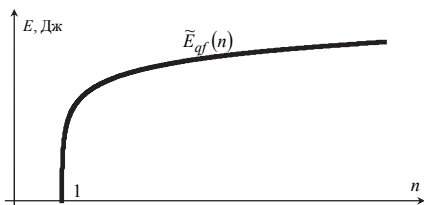


Рис. 10. Загальний вигляд оцінки витрат енергії для квантового комп'ютера

Дослідження ефективності зберігання нечітких даних у квантових комірках пам'яті.

Зберігання нечітких типів даних у пам'яті суперкомп'ютера еквівалентне зберіганню значень індикаторних функцій відповідно унарних, бінарних, тернарних та загалом N -арних нечітких відношень, котрі є їх математичними моделями. У квантових комірках пам'яті (квантовій пам'яті) квантового комп'ютера нечіткі дані можуть зберігатися у форматі квантових нечітких даних, тобто значень індикаторних функцій (хвильових функцій) квантових нечітких множин, що є їх математичними моделями [1, 4].

При зберіганні нечітких типів даних у форматі квантових нечітких типів даних у квантовій пам'яті елементарні елементи нечіткої множини, яка математично описує нечіткі дані, мають коди відповідно $|00 \dots 00\rangle$, $|00 \dots 01\rangle$,

$|00 \dots 10\rangle$, ..., $|11 \dots 11\rangle$, а відповідні їм значення індикаторної функції кодуються значеннями хвильової функції у кодах $|00 \dots 00\rangle$, $|00 \dots 01\rangle$, $|00 \dots 10\rangle$, ..., $|11 \dots 11\rangle$.

Витрати ресурсів пам'яті суперкомп'ютера на зберігання нечітких типів даних, зокрема значень індикаторних функцій унарних, бінарних, тернарних та загалом N -арних нечітких відношень описуються відповідними поліномами: $n \cdot l$, $n^2 \cdot l$, $n^3 \cdot l$, ..., $n^N \cdot l$, де n – кількість елементарних елементів, які формують нечітке відношення, l – кількість рівнів квантування значень індикаторної функції нечіткого відношення. Відповідні їм асимптотичні оцінки мають вигляд: $O(n)$, $O(n^2)$, $O(n^3)$, ..., $O(n^N)$.

Витрати ресурсів квантової пам'яті квантового комп'ютера для зберігання відповідних квантових нечітких типів даних, зокрема значень індикаторних функцій (хвильових функцій) унарних, бінарних, тернарних та загалом N -арних квантових нечітких відношень описуються відповідно: $\log_2 n$, $\log_2 n^2 = 2 \log_2 n$, $\log_2 n^3 = 3 \log_2 n$, ..., $\log_2 n^N = N \log_2 n$, де n – кількість елементарних елементів квантового нечіткого відношення. Відповідна їм асимптотична оцінка має вигляд $O(\log_2 n)$. З порівняння асимптотичних оцінок видно переваги квантової пам'яті квантового комп'ютера над пам'яттю суперкомп'ютера.

В залежності від величини арності ефективність квантової пам'яті квантового комп'ютера над класичною пам'яттю суперкомп'ютера зростає експоненційно, що обумовлено квантовими ефектами: по-перше, квантовим паралелізмом; по-друге, експоненціальним зростанням розмірності фазового простору, який описує стан квантової пам'яті при зростанні у ній кількості квантових біт. Тобто з ростом кількості квантових біт, що формують квантову пам'ять квантового комп'ютера, кількість нечітких даних, які можуть зберігатися у ній, росте експоненційно. Наприклад, якщо кількість квантових біт становить 64, то в них може зберігатися приблизно 10^{19} значень індикаторної функції, а якщо кількість квантових біт становить 100, то

в них може зберігатися майже 10^{30} значень індикаторної функції. Для порівняння, об'єм дискової пам'яті суперкомп'ютера *Jaguar* становить $10\text{ПБ} \approx 10^{16}\text{Б}$.

Висновки. Одержано асимптотичні оцінки витрат:

- часу та енергії для квантових методів додавання і множення нечітких числових даних у квантовому комп'ютері $\{O_i^q(n), O_E^q(n)\}$ та їх класичних аналогів додавання і множення нечітких числових даних у суперкомп'ютері $\{O(n^2), O_E(n^2)\}$, порівняльний аналіз яких встановив квадратичну ефективність квантових методів;

- часу та енергії для квантових методів нечітких функціональних перетворень і нечітких логічних виведень з *max*–композиційним правилом виведення та *Larsen*-імплікацією у квантовому комп'ютері $\{O_i^q(\log_2 n), O_E^q(\log_2 n)\}$ та їх класичних аналогів нечітких функціональних перетворень і нечітких логічних виведень з *max*–композиційним правилом виведення та *Larsen*-імплікацією у суперкомп'ютері $\{O(n), O_E(n)\}$, порівняльний аналіз яких встановив логарифмічну ефективність квантових методів;

- пам'яті для квантових методів зберігання нечітких даних у квантовій пам'яті квантового комп'ютера $O_q(\log_2 n^N)$ та існуючих класичних методів зберігання нечітких даних у класичній пам'яті суперкомп'ютера $O(n^N)$, порівняльний аналіз яких встановив логарифмічну ефективність квантових методів.

Проведено порівняльний аналіз:

- сигнальних функцій, які характеризують витрати часу на обробку даних у суперкомп'ютері з $E^2\text{ЗЛ}$ - або $ME\text{ЗЛ}$ -типами логік процесорних ядер та квантовому комп'ютері, квантові біти якого виконано на НВЧ-резонаторах, який дозволив встановити, що при малих об'ємах вхідних даних ефективними є суперкомп'ютери, а при великих – квантові комп'ютери;

- сигнальних функцій, які характеризують витрати часу на додавання або множення нечітких числових даних у суперкомп'ютері з $E^2\text{ЗЛ}$ - або $ME\text{ЗЛ}$ -типами логік процесорних ядер та кван-

товому комп'ютері, квантові біти якого виконано на твердотільній напівпровідниковій елементній базі з ядерними спінами за Б. Кейном, який дозволив встановити, що при малих об'ємах вхідних даних ефективними є суперкомп'ютери, а при великих – квантові;

- сигнальних функцій, які характеризують витрати часу на обробку даних у суперкомп'ютері з $E^2\text{ЗЛ}$ - або $ME\text{ЗЛ}$ -типами логік процесорних ядер та квантовому комп'ютері, квантові біти якого виконано на квантових точках або іонних пастках, або оптичних резонаторах, або електронах-*Au*, який дозволив встановити, що ефективність квантового комп'ютера на кілька порядків більша за ефективність суперкомп'ютера, а тому доцільно перейти до відповідних технологій виготовлення квантових біт, коли фізично буде реалізовано їх ансамбль кількістю $\geq 10^3$;

- витрат енергії на обробку даних у квантовому комп'ютері та суперкомп'ютері, який дозволив встановити, що за енергетичним критерієм квантовий комп'ютер є на багато порядків ефективнішим за суперкомп'ютер.

1. *Пастух О.А.* Розробка основ моделювання обробки нечітких даних квантовими інформаційними системами // Вісн. Хмельн. нац. ун-ту. – 2009. – № 2. – С. 155–163.
2. *Пастух О.А.* Квантові нечіткі множини з комплексно значною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера // Там же. – 2006. – Т. 1, № 2. – С. 158–161.
3. *Пастух О.А.* Уточнення поняття квантової нечіткої множини та ряду понять, які є його частинними видами // Там же. – 2009. – № 3. – С. 179–184.
4. *Пастух О.А.* Представлення нечітких числових даних у квантовому реєстрі квантових нечітких інформаційних систем // Вісн. КНУТД. – 2009. – № 3. – С. 20–23.
5. *Нильсен М., Чанг И.* Квантовые вычисления и квантовая информация. – М.: Мир, 2006. – 822 с.
6. *Kane B.* A silicon-based nuclear spin quantum computer // Nature. – 1998. – 393, № 6681. – P. 133–137.

Поступила 01.04.2011

Тел. для справок: (044) 526-0128, 526-1267 (Київ)
E-mail: d220@public.icyb.kiev.ua, oleg.pastuh@gmail.com

© И.Д. Войтович, О.А. Пастух, 2011

Исследование эффективности обработки и хранения информации в квантовом компьютере

Введение. В последние два десятилетия быстрыми темпами развивается квантовая информатика. Большой интерес к ней, а именно к квантовым вычислениям, квантовой теории информации, квантовой криптографии вызван вычислительными возможностями квантовых компьютеров и квантовой памяти благодаря квантовому параллелизму и квантовой интерференции. Их вычислительные возможности принципиально более эффективны в сравнении с вычислительными возможностями самых современных суперкомпьютеров, работающих по законам классической физики.

Работа [1] была посвящена квантовым вычислениям, а именно разработке квантовых методов: сложения и умножения нечетких числовых данных, нечетких функциональных преобразований, нечетких логических выводов с \max - \bullet композиционным правилом вывода и *Larsen*-импликацией в квантовых компьютерах и хранения нечетких данных в квантовых ячейках памяти. Однако не были исследованы вопросы эффективности этих методов. Эта задача рассматривается в настоящей статье.

Квантовые методы обработки нечетких данных в квантовых компьютерах

Формулировка квантовых методов [1] базируется на понятиях квантовых нечетких множеств [2, 3] и представлении данных в формате квантовых нечетких данных [4].

Квантовый метод 1. Операции сложения и умножения \circ нечетких чисел f_{A_1} , f_{A_2} с индикаторными функциями $I_{f_{A_1}}(u_1)$, $I_{f_{A_2}}(u_2)$, которые описываются

$$I_{f_{A_3=f_{A_1} \circ f_{A_2}}}(u_3) = \sup_{\{(u_1, u_2) \in fR = f_{A_1} \times qf_{A_2} : u_1 \circ u_2 = u_3\}} \{I_{f_{A_1}}(u_1) \cdot I_{f_{A_2}}(u_2)\},$$

можно выполнить в квантовом компьютере на основании этих операций \circ между квантовыми нечеткими числами qf_{A_1} , qf_{A_2} , qf_{A_3} с индикаторными функциями $I_{qf_{A_1}}(u_1) = I_{f_{A_1}}(u_1)$, $I_{qf_{A_2}}(u_2) = I_{f_{A_2}}(u_2)$, $I_{qf_{A_3}}(u_3) = I_{f_{A_3}}(u_3)$, которые описываются

$$I_{qf_{A_3=qf_{A_1} \circ qf_{A_2}}}(u_3) = \sup_{\{(u_1, u_2, u_3) \in qf_{A_1} \times qf_{A_2} \times qf_{A_3} : u_1 \circ u_2 = u_3\}} \times \left| \bigcup \{I_{qf_{A_1}}(u_1) \cdot I_{qf_{A_2}}(u_2) \cdot I_{qf_{A_3}}(u_3)\} \right|,$$

где U – универсальный квантовый логический элемент, например квантовый логический элемент Тоффולי (*Toffoli gate*), притом $I_{qf_{A_3}}(u_3) = I_{f_{A_3}}(u_3)$.

Квантовый метод 2. Нечеткое функциональное преобразование $f_{A_2} = g(f_{A_1})$, где g – нечеткое функциональное преобразование, которое задается нечетким бинарным отношением $fR \subset U_1 \times U_2$ с индикаторной функцией $I_{fR}(u_1, u_2)$, f_{A_1} – независимая нечеткая переменная с индикаторной функцией $I_{f_{A_1}}(u_1)$, которая описывается с помощью индикаторных функций

$$I_{f_{A_2=g(f_{A_1})}}(u_2) = \sup_{u_1} \{I_{f_{A_1}}(u_1) \cdot I_{fR}(u_1, u_2)\},$$

можно выполнить в квантовом компьютере на основе квантовой нечеткой переменной qf_{A_1} с индикаторной функцией $I_{qf_{A_1}}(\tilde{u}_1) = I_{f_{A_1}}(u_1)$, $\tilde{u}_1 = u_1$ и квантового нечеткого бинарного отношения qfR с индикаторной функцией $I_{qfR}(u_1, u_2) = I_{fR}(u_1, u_2)$, которая описывается

$$I_{f_{A_2}}(u_2) = \sup_{\{(\tilde{u}_1, u_1, u_2) \in qf_{A_1} \times qfR : u_1 = \tilde{u}_1\}} \left| I_{qf_{A_1}}(u_1) \cdot I_{qfR}(u_1, u_2) \right|.$$

Квантовый метод 3. Нечеткий логический вывод, который базируется на \max - \bullet композиционном правиле вывода с *Larsen*-импликацией

$$I_{f_{B_1}}(u_2) = \max_{u_1} I_{f_{A_1}}(u_1) \cdot I_{f_{A \rightarrow B}^{Larsen}}(u_1, u_2), \quad u_1 \in U_1, \quad u_2 \in U_2,$$

$(u_1, u_2) \in U_1 \times U_2$, где $I_{f_{A_1}}(u_1)$ – индикаторная функция нечеткой посылки, $I_{f_{A \rightarrow B}^{Larsen}}(u_1, u_2)$ – индикаторная функция *Larsen*-импликации, $I_{f_{B_1}}(u_2)$ – индикаторная функция нечеткого вывода, можно выполнить в квантовом компьютере, что описывается

$$I_{f_{B_1}}(u_2) = \max_{\{(\tilde{u}_1, \hat{u}_1, \hat{u}_2) \in qf_{A_1} \times (qf_{A \rightarrow qfB}) : \tilde{u}_1 = \hat{u}_1, \hat{u}_2 = u_2\}} \left| I_{qf_{A_1}}(\tilde{u}_1) \cdot I_{qf_{A \rightarrow qfB}}(\hat{u}_1, \hat{u}_2) \right| = \max_{\{(\tilde{u}_1, \hat{u}_1, \hat{u}_2) \in qf_{A_1} \times (qf_{A \rightarrow qfB}) : \tilde{u}_1 = \hat{u}_1, \hat{u}_2 = u_2\}} \left| I_{qf_{A_1}}(\tilde{u}_1) \cdot I_{qf_A}(\hat{u}_1) \cdot I_{qf_B}(\hat{u}_2) \right|,$$

где $I_{qf_{A_1}}(\tilde{u}_1)$ – индикаторная функция квантовой нечеткой посылки $qf_{A_1} \subset U_1$ при условии, что $I_{qf_{A_1}}(\tilde{u}_1) = I_{f_{A_1}}(u_1)$, $\tilde{u}_1 = u_1$; $I_{qf_A}(\hat{u}_1)$, $I_{qf_B}(\hat{u}_2)$ – индикаторные функции нечетких параметров соответственно $qf_A \subset U_1$, $qf_B \subset U_2$ при условии, что $I_{qf_A}(\hat{u}_1) = I_{f_{A_1}}(u_1)$, $\hat{u}_1 = u_1$, $I_{qf_B}(\hat{u}_2) = I_{f_B}(u_2)$, $\hat{u}_2 = u_2$, которые задают квантовый аналог *Larsen*-импликации $qf_A \rightarrow qf_B \subset U_1 \times U_2$ с индикаторной функцией $I_{qf_A \rightarrow qf_B}(\hat{u}_1, \hat{u}_2) = I_{qf_A}(\hat{u}_1) \cdot I_{qf_B}(\hat{u}_2) = I_{f_{A \rightarrow B}}(u_1, u_2) = I_{f_{A_1}}(u_1) \cdot I_{f_B}(u_2)$; $I_{f_{B_1}}(u_2)$ – индикаторная функция нечеткого вывода $f_{B_1} \subset U_2$.

Эффективность этих квантовых методов зависит от элементной базы, которая будет использоваться в квантовых компьютерах и квантовых ячейках памяти в будущем.

Состояние элементной базы квантовых компьютеров и квантовой памяти

Сегодня наибольшее распространение имеют следующие направления развития элементной базы для квантовых компьютеров и квантовых ячеек памяти [5].

Уровни энергий ионов, захваченных в ловушки, которые получают в вакууме ($\approx 10^{-8}$ Па) определенной конфигурацией электрического поля в условиях лазерного охлаждения их до микрокельвиновых температур. Инди-

видуальное (селективное) управление ими осуществляется с помощью действия внешнего резонансного электромагнитного поля инфракрасного диапазона. Взаимодействие между заряженными ионами в однородной цепи таких ловушек осуществляется с помощью возбуждения их коллективного движения. Такого типа элементная база имеет недостатки: во-первых, существует потребность в создании сверхнизких температур (микрокельвинового диапазона); во-вторых, необходимо обеспечивать устойчивость состояний ионов в цепи (уменьшать декогеренцию); в-третьих, существует ограничение в числе квантовых бит (кубит) $L < 40$.

Использование в качестве квантовых бит ядерных спинов атомов $s = 1/2$, которые принадлежат молекулам органических веществ с косвенным скалярным взаимодействием между ними, и методов ядерного магнитного резонанса (ЯМР) для управления квантовыми битами. Сегодня методами ЯМР экспериментально осуществлено на молекулах большое количество квантовых вычислений: в анилине, где три кубита – ядра углерода (химически неэквивалентны), практически реализована коррекция (исправление) квантовых ошибок; в 2,3-дибромтиофене, где два кубита – два ядра водорода, практически реализовано моделирование четырехуровневого гармонического осциллятора; в трифторбромэтилене, где три кубита – ядра фтора, практически реализована суперпозиция $(|000\rangle + |111\rangle)/\sqrt{2}$ (запутанное состояние); в трихлорэтилене, где три кубита – ядро водорода и ядра углеродов, практически реализована телепортация (квантовое состояние протона телепортировано на спин одного из атомов углерода); в формиате натрия, где два кубита – ядро водорода и ядро углерода, практически реализованы коды для обнаружения квантовых ошибок. Наибольший успех жидкой элементной базы с использованием методов ЯМР состоит в практической реализации семикубитного квантового компьютера, на котором экспериментально реализованы квантовые алгоритмы П. Шора, Л. Гровера и др. Однако такого типа элементная база также имеет недостатки: во-первых, выходное квантовое состояние кубит – смешанное, поэтому необходимо использовать неунитарные операции для приготовления начального состояния; во-вторых, измеряемый выходной сигнал экспоненциально уменьшается с увеличением количества кубит L , что вызывает необходимость экспоненциального увеличения чувствительности измеряемых приборов; в-третьих, количество ядерных спинов L в отдельной молекуле с достаточно разными резонансными частотами ограничено; в-четвертых, одно- и двухкубитные квантовые операции относительно медленные.

Использование в качестве квантовых бит заряженных состояний куперовских пар в квантовых точках, связанных с переходами Джозефсона. К сожалению, такого типа элементная база также имеет недостатки: во-первых, существует проблема обеспечения устойчивости квантовых состояний кубит, во-вторых, существует проблема уменьшения декогеренции.

Конечно, описанный перечень элементарных баз для практической реализации квантовых компьютеров и квантовых ячеек памяти далеко не полный, поскольку постоянно возникают другие подходы к разработке новых типов элементарных баз. Например, на основе оптических фотонов, квантовой электродинамике в оптических резонаторах, электронах, плавающих на поверхности жидкого гелия, систем двух одномерных квантовых каналов для электронных волн, ядерных спинов в двумерном электронном газе в условиях квантового эффекта Холла и др.

Какой именно тип элементной базы будет использоваться для квантовых компьютеров и квантовых ячеек памяти в будущем, сегодня однозначно не известно. Однако в любом случае элементная база должна удовлетворять условиям: количество кубит для экономической целесообразности должно быть больше или равно 10^3 ; должна существовать возможность селективно осуществлять квантовые логические операции над каждым в отдельности кубитом и произвольной парой кубитов; необходимо обеспечение приготовления начального состояния; время декогеренции должно в 10^4 – 10^5 раз превышать время одной квантовой логической операции; должна существовать возможность квантовой коррекции ошибок; следует обеспечить высокую надежность измерения выходных данных.

В работе [5] авторы утверждают, что наиболее перспективны следующие элементарные базы: СВЧ-резонаторы ($\tau \approx 10^{-4}$ с – оценка времени выполнения операции квантовым логическим элементом); квантовые точки ($\tau \approx 10^{-9}$ с); ионные ловушки, оптические резонаторы, электроны-*Au* ($\tau \approx 10^{-14}$ с); твердотельная полупроводниковая элементная база на ядерных спинах Б. Кейна [6] ($\tau \approx 10^{-8}$ с). Поэтому они выбраны для оценивания затрат времени на выполнение в квантовых компьютерах отмеченных квантовых операций.

Среди перечисленных элементарных баз приоритетной по технологическим соображениям есть твердотельная полупроводниковая элементная база на ядерных спинах Б. Кейна, поскольку большинство существующих производств, микро- и нанoeлектронных приборов направлены на работу с полупроводниками. Кроме того, в основу данной элементной базы положены хорошо разработанные методы ЯМР и методы физики твердого тела. Поэтому она выбрана для оценивания затрат энергии ($0,3 \cdot 10^{-19}$ Дж – оценка затрат энергии для выполнения операции квантовым логическим элементом) на выполнение в квантовых компьютерах указанных квантовых операций.

Исследование эффективности квантовых методов

Такие исследования для квантовых компьютеров осуществляются на основе сравнения выполнения их классических аналогов на «идеализированной» модели суперкомпьютера *Jaguar* (Национальный центр компьютерных исследований в г. Окридже, штат Теннесси, США; число процессорных ядер 224162, пиковая производительность 2276 *Tflops*, средняя тактовая частота 2,2 ГГц, оператив-

ная память 353,2 ТБ, дисковая память 10ПБ $\approx 10^{16}$ Б), первого номера в рейтинге Top 500 суперкомпьютеров. В основе элементной базы 224162 процессорных ядер можно рассматривать несколько лучших реализаций логик: эмиттерно-связанную логику (ЭСЛ, *emitter-coupled logic or ECL*), эмиттерно-эмиттерно-связанную логику (ЭЭСЛ, *emitter-emitter-coupled logic or EECL*), малосигнальную эмиттерно-связанную логику (МЭСЛ, *small-signal emitter-coupled logic or SSEL*) и комплементарную металл-оксид полупроводниковую логику (КМОП, *complementary metal-oxide semiconductor logic or CMOS*) (затраты времени срабатывания базовых логических элементов которых составляют соответственно $2 \cdot 10^{-9}$ с, $0,7 \cdot 10^{-9}$ с, $0,7 \cdot 10^{-9}$ с, $3 \cdot 10^{-8}$ с; затраты использованных мощностей составляют соответственно $25 \cdot 10^{-3}$ Вт, $5 \cdot 10^{-3}$ Вт, $5 \cdot 10^{-3}$ Вт, $0,2 \cdot 10^{-6}$ Вт; энергий соответственно $5 \cdot 10^{-11}$ Дж, $3,5 \cdot 10^{-12}$ Дж, $3,5 \cdot 10^{-12}$ Дж, 10^{-14} Дж). Поскольку наиболее быстродействующими есть ЭЭСЛ- и МЭСЛ-типы логик, то при оценивании затрат времени суперкомпьютера уместно рассматривать их. Наименьшие затраты энергии соответствуют КМОП-типу логики, поэтому для оценивания затрат энергии суперкомпьютера уместно рассмотреть КМОП-тип логики.

Для квантового компьютера рассматривается 64-кубитный квантовый регистр и 64-кубитная квантовая память.

Сравниваются оценки затрат времени и энергии для выполнения соответственных квантовых операций в квантовом компьютере, квантовые биты которого могут быть реализованы на разных элементных базах с соответствующими оценками затрат времени и энергии для выполнения их классических аналогов на отмеченной модели суперкомпьютера *Jaguar*, процессорные ядра которого используют полупроводниковые типы логик.

Сравниваются оценки затрат ресурсов памяти для хранения нечетких данных в квантовых ячейках памяти с их хранением в классических ячейках памяти.

Исследование эффективности квантовых методов сложения и умножения нечетких данных в квантовом компьютере. Для арифметических операций сложения и умножения нечетких числовых данных fA с индикаторной функцией $I_{fA}(a_n)$ и fA с индикаторной функцией $I_{fB}(b_n)$, $n = \overline{1, N}$ в суперкомпьютере и квантовом компьютере каждое из значений $a_n, b_n, I_{fA}(a_n), I_{fB}(b_n)$ рассматривается как двоичное число размером 64 бита. С ростом входных данных, что описывается бегущим значением индекса n от единицы до N , они оптимально (по временному критерию) распараллеливаются соответственно по процессорным ядрам суперкомпьютера, а именно сложение $a_1 \oplus b_1$ выполняется в первом процессорном ядре, сложение $a_1 \oplus b_2$ – во втором процессорном ядре, сложение $a_1 \oplus b_N$ – в N -м процессорном ядре; тогда в каждом следующем процессорном ядре выполняются: $a_2 \oplus b_1, a_2 \oplus b_2, \dots, a_2 \oplus b_N; \dots; a_N \oplus b_1, a_N \oplus b_2, \dots, a_N \oplus b_N$, а также соответствующие умножения значений индикаторных функций $I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_1),$

$$I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_N); I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_N); \dots; I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_N).$$

Аналогичная ситуация возникает при организации вычислительного процесса умножения нечетких числовых данных, за исключением одного различия: по процессорным ядрам распараллеливаются соответствующие операции умножения. Умножение $a_1 \otimes_2 b_1$ выполняется в первом процессорном ядре, умножение $a_1 \otimes_2 b_2$ – во втором процессорном ядре, ..., умножение $a_1 \otimes_2 b_N$ – в N -м процессорном ядре. Тогда в каждом следующем процессорном ядре выполняются: $a_2 \otimes_2 b_1, a_2 \otimes_2 b_2, \dots, a_2 \otimes_2 b_N; \dots; a_N \otimes_2 b_1, a_N \otimes_2 b_2, \dots, a_N \otimes_2 b_N; I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_1) \otimes_2 I_{fB}(b_N); I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots; I_{fA}(a_2) \otimes_2 I_{fB}(b_N); \dots; I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_1), I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_2), \dots, I_{fA}(a_N) \otimes_2 I_{fB}(b_N).$ Итак, при сложении нечетких числовых данных fA с $I_{fA}(a_n)$ и fB с $I_{fB}(b_n)$, $n = \overline{1, N}$ над 64-битными двоичными числами выполняется N^2 операций сложения и N^2 операций умножения.

Таким образом, с точностью до константы, пока сохраняется условие

$$N^2 \leq K, \quad (1)$$

где N – объем входных данных, K – количество процессорных ядер суперкомпьютера, процессорных ядер суперкомпьютера достаточно, чтобы распараллеливать соответствующие арифметические операции. Поэтому вычислительная сложность по временному критерию для суперкомпьютера описывается оценками сигнальных функций $t(n)$, которые в своей области определения равны const.

В данной статье рассматривается модель суперкомпьютера *Jaguar*, количество процессорных ядер которого составляет $K = 224162$. Поэтому соответственно условию (1), записанному с точностью до константы, оценки сигнальных функций $t(n)$, описывающих затраты времени суперкомпьютера *Jaguar*, будут равны соответствующим константам при $n = 1, \sqrt{224162} \approx 473$.

В квантовом компьютере одновременно выполняются два семейства параллельных вычислительных процессов:

- для операции сложения благодаря квантовой суперпозиции одновременно выполняются операции сложения $a_i \otimes_2 b_j$, $i, j = \overline{1, N}$ и благодаря тензорному произведению при синтезе с каждого отдельного кубита 64-кубитного квантового регистра – умножение $I_{fA}(a_i) \otimes_2 I_{fB}(b_j)$, $i, j = \overline{1, N}$;

- для операции умножения благодаря квантовой суперпозиции одновременно выполняется умножение $a_i \otimes_2 b_j$, $i, j = \overline{1, N}$ и благодаря тензорному произведению при синтезе с каждого отдельного кубита 64-кубитного

квантового регистра – умножение $I_{fA}(a_i) \otimes_2 I_{fB}(b_j)$, $i, j = \overline{1, N}$.

На рис. 1, а, б показаны оценки $t(n)$ в виде сигнальных функций затрат времени (для выполнения операции сложения или умножения): $t_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ – суперкомпьютера, процессорные ядра которого используют Э²СЛ-тип логики, $t_{\text{МЭСЛ}}(n)$ – МЭСЛ-тип логики, $t_{1_{qf}}(n)$ – квантового компьютера, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну, $t_{2_{qf}}(n)$ – квантовые биты используют СВЧ-резонаторы.

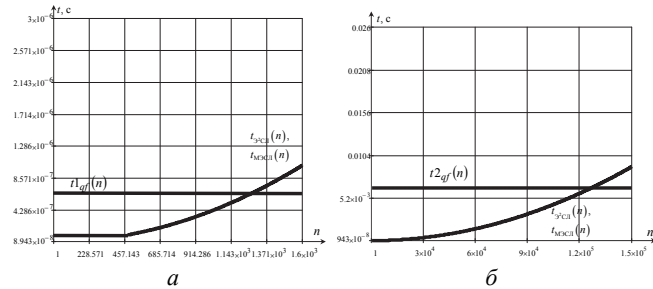


Рис. 1. Сравнение оценок затрат времени суперкомпьютера соответственно с Э²СЛ-, МЭСЛ-типами логик процессорных ядер с квантовым компьютером, квантовые биты которого используют: а – твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну; б – СВЧ-резонаторы

На рис. 1, а видно, что при $n \leq 1,25 \cdot 10^3$ эффективность суперкомпьютера с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер выше эффективности квантового компьютера, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну. И наоборот, при $n > 1,25 \cdot 10^3$ эффективность квантового компьютера выше эффективности суперкомпьютера.

На рис. 1, б видим, что при $n \leq 1,35 \cdot 10^5$ эффективность суперкомпьютера с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер выше эффективности квантового компьютера, квантовые биты которого используют СВЧ-резонаторы. При $n > 1,35 \cdot 10^5$, наоборот, эффективность квантового компьютера выше эффективности суперкомпьютера.

На рис. 2, а, б показаны оценки затрат времени (для выполнения этих операций): $t_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ – суперкомпьютера, процессорные ядра которого используют Э²СЛ-тип логики, $t_{\text{МЭСЛ}}(n)$ – МЭСЛ-тип логики, $t_{3_{qf}}(n)$ – квантового компьютера, квантовые биты которого используют квантовые точки, $t_{4_{qf}}(n)$ – квантовые биты используют ионные ловушки, оптические резонаторы или электроны-Аи.

Из рис. 2, б видно, что значения сигнальных функций $t_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ и $t_{\text{МЭСЛ}}(n)$, представляющие оценки затрат времени для суперкомпьютера соответственно с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер, приблизительно

но на шесть порядков больше, в сравнении со значениями сигнальной функции, $t_{4_{qf}}(n)$ которая отображает оценку затрат времени для квантового компьютера, когда квантовые биты используют ионные ловушки или оптические резонаторы, или электроны-Аи. По этому результату можно сделать вывод о целесообразности перехода к новым технологиям изготовления квантовых бит на ионных ловушках или оптических резонаторах, или электронах-Аи для квантовых компьютеров при условии, что физически будет реализован их ансамбль с $\geq 10^3$ квантовых бит.

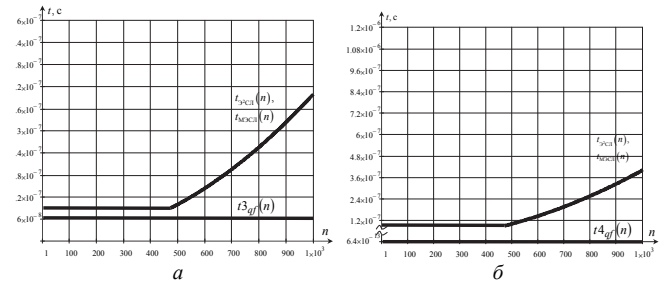


Рис. 2. Сравнение оценок затрат времени суперкомпьютера соответственно с Э²СЛ-, МЭСЛ-типами логик процессорных ядер с квантовым компьютером, квантовые биты которого используют: а – квантовые точки; б – ионные ловушки, оптические резонаторы или электроны-Аи

Увеличивая масштаб по оси ординат в окрестности значений оценок сигнальных функций $t_{1_{qf}}(n)$, $t_{2_{qf}}(n)$, $t_{3_{qf}}(n)$, $t_{4_{qf}}(n)$, показанных на рис. 1 и 2, видим, что они примут вид неубывающих кусочно-постоянных функций с приращениями Δt соответственно $\approx 6,5 \cdot 10^{-7}$ с, $\approx 6,5 \cdot 10^{-3}$ с, $\approx 7,4 \cdot 10^{-8}$ с, $\approx 6,4 \cdot 10^{-13}$ с. Общий вид их показан на рис. 3.

Это обусловлено тем, что квантовые биты 64-кубитного квантового регистра распределяются между операндами fA , fB , fC ($fA + fB = fC$ (или соответственно $fA \cdot fB = fC$). В случае 64-кубитного квантового регистра квантового компьютера каждый из операндов может, например, использовать по 16 квантовых бит. Тогда $n_0 = 2^{16} = 65536$ (рис. 3).

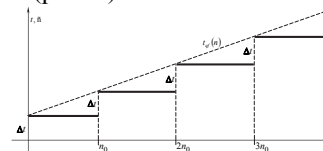


Рис. 3. Общий вид оценок затрат времени для квантового компьютера с разными типами элементных баз квантовых бит

Таким образом, в квантовом регистре одновременно реализуются два семейства вычислительных процессов: $a_i \oplus_2 b_j$, $i = \overline{1, n_0}$, $j = \overline{1, n_0}$ (или соответственно $a_i \otimes_2 b_j$, $i = \overline{1, n_0}$, $j = \overline{1, n_0}$) и $I_{fA}(a_i) \otimes_2 I_{fB}(b_j)$, $i = \overline{1, n_0}$, $j = \overline{1, n_0}$. Если осуществить другое распределение квантовых бит между операндами, то и n примет другое значение.

На рис. 3 видно, что точной нижней границей верхних асимптотических оценок для всех $t_{1_{qf}}(n)$, $t_{2_{qf}}(n)$, $t_{3_{qf}}(n)$, $t_{4_{qf}}(n)$ есть линейная функция. А именно

$$\inf \{ O_i(\cdot) \} = O_i(n).$$

Для суперкомпьютера асимптотическая оценка временной сложности описывается как $O_i(n^2)$.

Итак, из сравнения $O_i^q(n)$ и $O_i(n^2)$ видно, что существует квадратичное ускорение во времени, которое есть количественным алгоритмическим критерием эффективности квантовых методов сложения и умножения нечетких числовых данных в квантовом компьютере.

Из качественной оценки физической сущности вычислительных процессов, реализующих эти квантовые методы в квантовом компьютере, которые используют квантовый параллелизм, и классической физической сущности вычислительных процессов, реализующих их классические аналоги в суперкомпьютере, которому не свойствен квантовый параллелизм, следует, что колмогоровская мера алгоритмической сложности описания вычислительных процессов в квантовом компьютере меньше в сравнении с описанием вычислительных процессов в суперкомпьютере.

По традукции, исходя из квадратично меньших затрат времени в квантовом компьютере в сравнении с суперкомпьютером при выполнении операций сложения и умножения над нечеткими числовыми данными следует квадратичное уменьшение затрат энергии. Также это обусловлено квантовым параллелизмом и атомным уровнем вычислительных процессов в квантовом компьютере. Таким образом, асимптотическая оценка затрат энергии для квантового компьютера описывается как $O_E^q(n)$, а для суперкомпьютера – как $O_E(n^2)$.

На рис. 4 показаны оценки затрат энергии (для выполнения операции сложения или умножения): $E_{\text{КМОП}}(n)$ – суперкомпьютера, процессорные ядра которого используют КМОП-тип логики, $E_{\text{кв}}(n)$ – квантового компьютера, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну.

Из рис. 4 следует, что по энергетическим критериям квантовый компьютер на много порядков эффективнее суперкомпьютера, независимо от типа логик процессорных ядер.

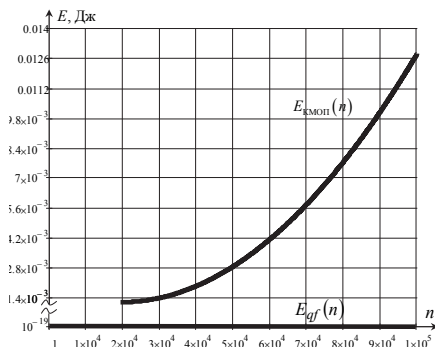


Рис. 4. Сравнение оценок затрат энергии суперкомпьютера с КМОП-типом логики процессорных ядер с квантовым компьютером, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну

При увеличении масштаба по оси ординат на рис. 4 оценка $E_{\text{кв}}(n)$ примет вид неубывающей кусочно-постоянной функции (рис. 5).

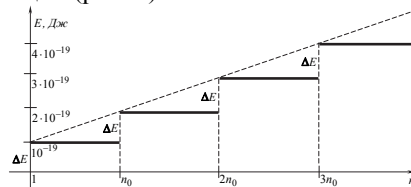


Рис. 5. Общий вид оценки затрат энергии для квантового компьютера

Исследование эффективности квантовых методов нечеткого функционального преобразования и нечеткого логического вывода с \max -композиционным правилом вывода и $Larsen$ -импликацией в квантовом компьютере. Сравнительный анализ затрат ресурсов времени и энергии суперкомпьютера с квантовым компьютером для осуществления нечеткого функционального преобразования над нечеткими числовыми данными и нечеткого логического вывода, который базируется на \max -композиционном правиле вывода с $Larsen$ -импликацией, осуществляется аналогично. В обоих случаях нечеткие бинарные отношения, которые задают нечеткое функциональное преобразование и нечеткую импликацию $Larsen$, синтезируются из унарных нечетких отношений с помощью умножения их индикаторных функций. Кроме этого, нечеткое функциональное преобразование нечетких числовых данных и логический вывод, который базируется на \max -композиционном правиле вывода с $Larsen$ -импликацией, осуществляются путем алгебраического умножения значений индикаторной функции: в первом случае – нечеткого аргумента, во втором – нечеткой посылки на значения индикаторной функции соответствующих нечетких бинарных отношений (в данном контексте \sup и \max – математически эквивалентные обозначения).

Для оценивания затрат времени и энергии выбрано, как пример, нечеткое бинарное отношение fR с индикаторной функцией $I_{fR}(n, m)$, где $n = 1, 2^{20} = 1048576$, $m = 1, 2^{20} = 1048576$, с 64-битным кодированием значений $I_{fR}(n, m)$, что равно разрядности шин данных процессорных ядер суперкомпьютера. Такое нечеткое бинарное отношение можно рассматривать как отношение, задающее нечеткое функциональное преобразование или импликацию $Larsen$. В качестве входных данных взято нечеткое унарное отношение fA с индикаторной функцией $I_{fA}(n)$, $n = 1, 2^{20} = 1048576$, аналогично с 64-битным кодированием значений $I_{fA}(n)$. Нечеткое унарное отношение можно рассматривать как значения лингвистической переменной в случае нечеткого функционального преобразования или значения нечеткой посылки в случае нечеткого логического вывода.

Для квантового компьютера с 64-кубитным квантовым регистром 20 квантовых бит выделяется на кодирование значений n и 20 квантовых бит – на кодирование

значений m , а их квантовые амплитуды вместе – на кодирование матрицы значений $I_{JR}(n, m)$ размера $n \times m$. Квантовые амплитуды 20-тиквантовых бит выделяются на кодирование значений $I_{fA}(n)$.

С ростом n затраты времени на выполнение нечеткого функционального преобразования или отмеченного вида нечеткого логического вывода для суперкомпьютера растут линейно, тогда асимптотическая оценка временной сложности имеет вид $O_t(n)$.

В случае квантового компьютера благодаря квантовому параллелизму одновременно с экспоненциальным ростом количества непрерывных значений квантовых амплитуд при линейном росте количества квантовых бит с ростом n затраты времени на выполнение нечеткого функционального преобразования или отмеченного вида нечеткого логического вывода растут логарифмически. Асимптотическая оценка временной сложности имеет вид $O_t^q(\log_2 n)$.

Из сравнения асимптотических оценок временной сложности $O_t(n)$ суперкомпьютера и $O_t^q(\log_2 n)$ квантового компьютера видно, что существует логарифмическое ускорение во времени, которое есть количественным алгоритмическим критерием эффективности квантовых методов для реализации нечеткого функционального преобразования и нечеткого логического вывода, который базируется на $\text{max}\text{-}\bullet$ композиционном правиле вывода с *Larsen*-импликацией в квантовом компьютере.

На рис. 6,а,б показаны оценки $\tilde{t}(n)$ в виде сигнальных функций затрат времени (для выполнения нечеткого функционального преобразования или нечеткого логического вывода, который базируется на $\text{max}\text{-}\bullet$ композиционном правиле вывода с *Larsen*-импликацией): $\tilde{t}_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ – суперкомпьютера, процессорные ядра которого используют Э²СЛ-тип логики, $\tilde{t}_{\text{МЭСЛ}}(n)$ – МЭСЛ-тип логики, $\tilde{t}_{1\text{gf}}(n)$ – квантового компьютера, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну, $\tilde{t}_{2\text{gf}}(n)$ – квантовые биты используют СВЧ-резонаторы.

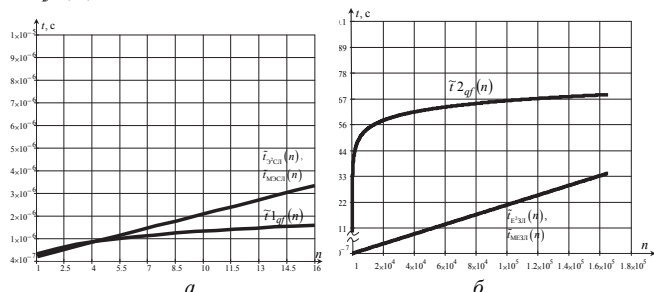


Рис. 6. Сравнение оценок затрат времени суперкомпьютера соответственно с Э²СЛ-, МЭСЛ-типами логик процессорных ядер с квантовым компьютером, квантовые биты которого используют: а – твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну; б – СВЧ-резонаторы

Из рис. 6,а видно, что при $n \leq 4$ эффективность суперкомпьютера с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер больше эффективности квантового компьютера, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну. При $n > 4$, наоборот, эффективность квантового компьютера больше.

Из рис. 6,б видно, что сигнальные функции $\tilde{t}_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ и $\tilde{t}_{\text{МЭСЛ}}(n)$ – линейные, а $\tilde{t}_{2\text{gf}}(n)$ – логарифмическая функция, т.е. существует такое значение $n = N_0$, когда при $n \leq N_0$ эффективность суперкомпьютера с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер больше (а при $n > N_0$ – меньше) эффективности квантового компьютера, квантовые биты которого используют СВЧ-резонаторы.

На рис. 7,а,б показаны оценки затрат времени (для выполнения нечеткого функционального преобразования или нечеткого логического вывода, который базируется на $\text{max}\text{-}\bullet$ композиционном правиле вывода с *Larsen*-импликацией): $\tilde{t}_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ – суперкомпьютера, процессорные ядра которого используют Э²СЛ-тип логики, $\tilde{t}_{\text{МЭСЛ}}(n)$ – МЭСЛ-тип логики, $\tilde{t}_{3\text{gf}}(n)$ – квантового компьютера, квантовые биты которого используют квантовые точки, $\tilde{t}_{4\text{gf}}(n)$ – квантовые биты используют ионные ловушки или оптические резонаторы, или электроны-Аи.

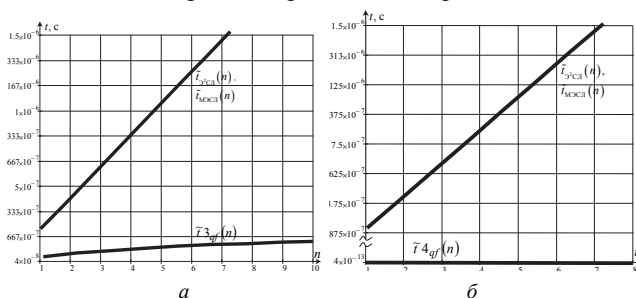


Рис. 7. Сравнение оценок затрат времени суперкомпьютера соответственно с Э²СЛ-, МЭСЛ-типами логик процессорных ядер с квантовым компьютером, квантовые биты которого используют: а – квантовые точки; б – ионные ловушки или оптические резонаторы, или электроны-Аи

Из рис. 7,б видно, что значения сигнальных функций $\tilde{t}_{\text{Э}^2\text{СЛ}}(n)$ и $\tilde{t}_{\text{МЭСЛ}}(n)$, которые изображают оценки затрат времени для суперкомпьютера соответственно с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер приблизительно на шесть порядков больше значений сигнальной функции $\tilde{t}_{4\text{gf}}(n)$, отражает оценку затрат времени для квантового компьютера, когда квантовые биты используют ионные ловушки или оптические резонаторы, или электроны-Аи. Из такого результата можно сделать вывод о целесообразности перехода к новым технологиям изготовления квантовых бит на ионных ловушках или оптических резонаторах, или электронах-Аи для кванто-

вых компьютеров при условии, что физически будет реализован ансамбль из $\geq 10^3$ квантовых бит.

При увеличении масштаба по оси ординат в окрестности значений оценки сигнальной функции $\tilde{t}_{af}(n)$ (рис. 7,б) она примет вид логарифмической функции. Общий вид показан на рис. 8.

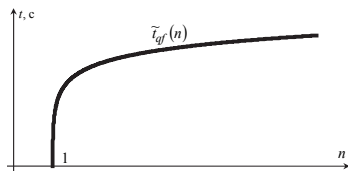


Рис. 8. Общий вид оценок затрат времени для квантового компьютера

На рис. 9 приведены оценки затрат энергии для выполнения нечеткого функционального преобразования или нечеткого логического вывода, который базируется на max-композиционном правиле вывода с Larsen-импликацией: $\tilde{E}_{\text{КМОП}}(n)$ – суперкомпьютера, процессорные ядра которого используют КМОП-тип логики, $\tilde{E}_{af}(n)$ – квантового компьютера, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну.

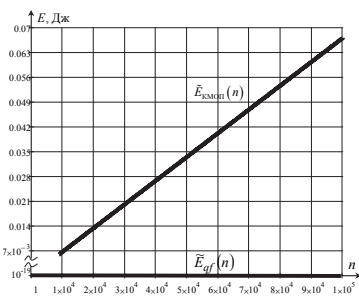


Рис. 9. Сравнение оценок затрат энергии суперкомпьютера с КМОП-типом логики процессорных ядер с квантовым компьютером, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну

При увеличении масштаба по оси ординат на рис. 9 оценка $\tilde{E}_{af}(n)$ примет вид логарифмической функции (рис. 10).

Из рис. 9 видно, что по энергетическому критерию квантовый компьютер на много порядков эффективнее суперкомпьютера.

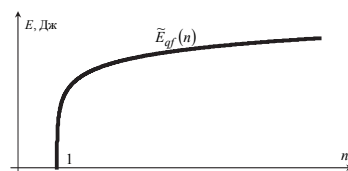


Рис. 10. Общий вид оценки затрат энергии для квантового компьютера

Исследование эффективности хранения нечетких данных в квантовой памяти. Хранение нечетких типов

данных в памяти суперкомпьютера эквивалентно хранению значений индикаторных функций соответственно унарных, бинарных, тернарных и в общем случае N -арных нечетких отношений, которые есть их математическими моделями. В квантовых ячейках памяти (квантовой памяти) квантового компьютера нечеткие данные могут храниться в формате квантовых нечетких данных, т.е. значений индикаторных функций (волновых функций) квантовых нечетких множеств, которые есть их математическими моделями [1, 4].

При хранении нечетких типов данных в формате квантовых нечетких типов данных в квантовой памяти элементы нечеткого множества, которые математически описывают нечеткие данные, имеют коды соответственно $|00 \dots 00\rangle$, $|00 \dots 01\rangle$, $|00 \dots 10\rangle$, ..., $|11 \dots 11\rangle$, а соответствующие им значения индикаторной функции кодируются значениями волновой функции в кодах $|00 \dots 00\rangle$, $|00 \dots 01\rangle$, $|00 \dots 10\rangle$, ..., $|11 \dots 11\rangle$.

Затраты ресурсов памяти суперкомпьютера на хранение нечетких типов данных, а именно, значений индикаторных функций унарных, бинарных, тернарных и в общем случае N -арных нечетких отношений описываются соответствующими полиномами: $n \cdot l$, $n^2 \cdot l$, $n^3 \cdot l$, ..., $n^N \cdot l$, где n – количество элементов, формирующих нечеткое отношение, l – количество уровней квантования значений индикаторных функций нечеткого отношения. Соответствующие им асимптотические оценки имеют следующий вид: $O(n)$, $O(n^2)$, $O(n^3)$, ..., $O(n^N)$.

Затраты ресурсов квантовой памяти квантового компьютера для хранения соответствующих квантовых нечетких типов данных, а именно, значений индикаторных функций (волновых функций) унарных, бинарных, тернарных и в общем случае N -арных квантовых нечетких отношений описываются соответственно: $\log_2 n$, $\log_2 n^2 = 2 \log_2 n$, $\log_2 n^3 = 3 \log_2 n$, ..., $\log_2 n^N = N \log_2 n$, где n – количество элементов квантового нечеткого отношения. Соответствующая им асимптотическая оценка имеет вид $O(\log_2 n)$. Из сравнения асимптотических оценок видно преимущество квантовой памяти квантового компьютера над памятью суперкомпьютера.

В зависимости от значения арности эффективность квантовой памяти квантового компьютера над классической памятью суперкомпьютера растет экспоненциально, что обусловлено квантовыми эффектами: во-первых, квантовым параллелизмом; во-вторых, экспоненциальным ростом размерности фазового пространства, в котором описывается состояние квантовой памяти при росте в ней количества квантовых бит. То есть с ростом количества квантовых бит, формирующих квантовую память квантового компьютера, количество нечетких данных, которые могут храниться в ней, растет экспоненциально. Например, если количество квантовых бит составляет 64, то в них может храниться приблизительно 10^{19} значений индикаторной функции, а если количество квантовых бит составляет 100, то в них может храниться около 10^{30} значений

индикаторной функции. Для сравнения, объем дисковой памяти суперкомпьютера *Jaguar* составляет $10\text{ПБ} \approx 10^{16}$ Б.

Заключение. Получены асимптотические оценки затрат:

- времени и энергии для квантовых методов сложения и умножения нечетких числовых данных в квантовом компьютере $\{O_t^q(n), O_E^q(n)\}$ и их классических аналогов сложения и умножения нечетких числовых данных в суперкомпьютере $\{O(n^2), O_E(n^2)\}$, сравнительный анализ которых показал квадратичную эффективность квантовых методов;

- времени и энергии для квантовых методов нечетких функциональных преобразований и нечетких логических выводов с *max*–композиционным правилом вывода и *Larsen*-импликацией в квантовом компьютере $\{O_t^q(\log_2 n), O_E^q(\log_2 n)\}$ и их классических аналогов нечетких функциональных преобразований и нечетких логических выводов с *max*–композиционным правилом вывода и *Larsen*-импликацией в суперкомпьютере $\{O_t(n), O_E(n)\}$, сравнительный анализ которых показал логарифмическую эффективность квантовых методов;

- памяти для квантовых методов хранения нечетких данных в квантовой памяти квантового компьютера $O_q(\log_2 n^N)$ и существующих классических методов хранения нечетких данных в классической памяти суперкомпьютера $O(n^N)$, сравнительный анализ которых показал логарифмическую эффективность квантовых методов.

Проведен сравнительный анализ:

- сигнальных функций, характеризующих затраты времени на обработку данных в суперкомпьютере с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер и квантовом компьютере, квантовые биты которого используют СВЧ-резонаторы, который позволил установить, что при малых объемах входных данных эффективны суперкомпьютеры, а при больших – квантовые компьютеры;

- сигнальных функций, которые характеризуют затраты времени на сложение или умножение нечетких числовых данных в суперкомпьютере с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер и квантовом компьютере, квантовые биты которого используют твердотельную полупроводниковую элементную базу с ядерными спинами по Б. Кейну, который позволил установить, что при малых объемах входных данных эффективны суперкомпьютеры, а при больших – квантовые компьютеры.

- сигнальных функций, характеризующих затраты времени на обработку данных в суперкомпьютере с Э²СЛ- или МЭСЛ-типами логик процессорных ядер и квантовом компьютере, квантовые биты которого используют квантовые точки или ионные ловушки, или оптические резонаторы, или электроны-*Au*, который позволил установить, что эффективность квантового компьютера на порядки выше эффективности суперкомпьютера, поэтому целесообразно перейти к соответствующим технологиям изготовления квантовых бит, когда физически будет реализован их ансамбль количеством $\geq 10^3$;

- затрат энергии на обработку данных в квантовом компьютере и суперкомпьютере, который позволил установить, что по энергетическому критерию квантовый компьютер на много порядков эффективнее суперкомпьютера.

